ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5.

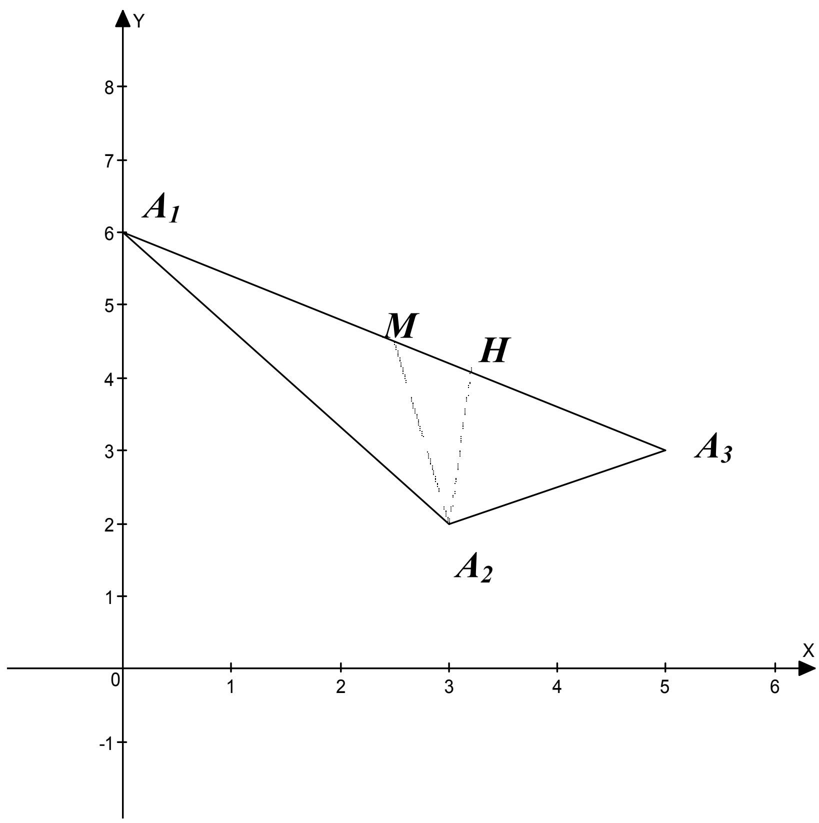
Тема: Прямокутні координати на площині.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д : Дано координати вершин трикутника $\Delta A_1A_2A_3$: A_1 *(0; 6)*; A_2 *(3; 2)*; A_3 *(5; 3)* і точку A_4 *(2; 1)*. Побудувати рисунок в системі координат. Знайти: а) рівняння прямої A_1A_2; б) рівняння висоти та медіани $\Delta A_1A_2A_3$, опущених з вершини A_2; в) тангенс кута A_2; г) площу трикутника $\Delta A_1A_2A_3$; д) відстань від точки A_4 до прямої A_1A_2.

Розв'язання:

Побудуємо рисунок в системі координат:



а) Запишемо <u>рівняння прямої A_1A_2</u>:

Рівняння прямої, що проходить через дві точки, має вигляд: $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$.

Координати точок A_1 *(0; 6)* і A_2 *(3; 2)* відомі, тому рівняння набуватиме вигляду: $\dfrac{x-0}{3-0}=\dfrac{y-6}{2-6}$, або після спрощення: $4x+3y+18=0$.

б) Запишемо <u>рівняння висоти та медіани</u> $\Delta A_1A_2A_3$, опущених з вершини A_2:

Для запису рівняння висоти A_2H, що перпендикулярна стороні A_1A_3, запишемо рівняння сторони A_1A_3, користуючись попередньою формулою:

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$. Координати точок A_1 *(0; 6)* і A_3 *(5; 3)* відомі, тому рівняння набуватиме вигляду: $\frac{x-0}{5-0}=\frac{y-6}{3-6}$, або після спрощення: $3x+5y-30=0$.

Кутовий коефіцієнт цієї прямої дорівнює: $k_{A_1A_3}=-\frac{A}{B}=-\frac{3}{5}$. Кутовий коефіцієнт перпендикулярної прямої: $k_{A_1A_3}=-\frac{1}{k_{A_1A_3}}=-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{5}{3}$.

Рівняння прямої, що проходить через точку A_2 *(3; 2)* з кутовим коефіцієнтом $k_{A_2H}=\frac{5}{3}$ має вигляд: $y-y_2=k(x-x_2)$, або $y-2=\frac{5}{3}\cdot(x-3)$. Після перетворення рівняння висоти набуває вигляду: $5x-3y-9=0$.

Для запису рівняння медіани A_2M знайдемо координати точки *M*, як середини сторони A_1A_3: $x_м=\frac{x_{A_1}+x_{A_3}}{2}=\frac{0+5}{2}=2{,}5$, $y_м=\frac{y_{A_1}+y_{A_3}}{2}=\frac{6+3}{2}=4{,}5$.

Запишемо рівняння медіани, як рівняння прямої, що проходить через дві точки: $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$. Так як координати точок A_2 і *M* відомо, то: $\frac{x-3}{2{,}5-3}=\frac{y-2}{4{,}5-2}$. Після спрощення рівняння медіани: $5x+y-17=0$.

в) Знайдемо <u>тангенс кута A_2</u>, обчисливши кутові коефіцієнти прямих A_1A_2 і A_2A_3. Рівняння прямої A_1A_2, з попередніх обчислень: $4x+3y+18=0$, тоді $k_{A_1A_2}=-\frac{A}{B}=-\frac{4}{3}$. Кутовий коефіцієнт прямої A_2A_3 обчислимо за формулою: $k_{A_2A_3}=\frac{y_2-y_3}{x_2-x_3}=\frac{2-3}{3-5}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$.

Кут між прямими знаходимо за годинниковою стрілкою, користуючись формулою: $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}=\frac{\frac{1}{2}-\left(-\frac{4}{3}\right)}{1+\left(-\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}}=\frac{11}{6}:\frac{1}{3}=\frac{11}{2}=5{,}5$. Тоді, користуючись чотиризначними таблицями маємо: $\varphi=78^\circ 42'$.

г) Визначимо <u>площу трикутника $A_1A_2A_3$:</u>

$$S=\pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}=\pm\frac{1}{2}\cdot\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 2 \\ 5 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix}=\pm\frac{1}{2}(0\cdot 2+3\cdot 3+5\cdot 6-3\cdot 6-5\cdot 2-0\cdot 6)=\frac{11}{2}=5{,}5 кв.од.$$

д) <u>Відстань від точки A_4 *(2; 1)* до прямої A_1A_2, $4x+3y+18=0$</u>:

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|4\cdot 2+3\cdot 1+18|}{\sqrt{16+9}}=\frac{29}{5}=5{,}8\textit{од}.$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

2.1 Які з точок *M (3; 5)*, *N (2; 7)*, *P (–1; –3)*, *Q (–2; 0)*, *R (3; –5)* лежать на прямій $y=2x-1$.

2.2. Загальне рівняння прямої $3x-4y+12=0$ представити у вигляді:

а) з кутовим коефіцієнтом; б) у відрізках на осях; в) побудувати пряму.

2.3. Знайти рівняння сторін трикутника, вершини якого є точки *A (1; –1), B (3; 5;), C (–7; 11).*

2.4. Знайти кути трикутника, сторони якого задано рівняннями: $5x-2y-11=0$; $x+2y+5=0$; $x-2y+1=0$.

2.5. Знайти площу трикутника, сторони якого задано рівняннями: $5x-2y-11=0$; $x+2y+5=0$; $x-2y+1=0$.

2.6. Знайти рівняння прямої, що проходить через точку *M_0 (2; 5)* паралельно прямій $3x-4y+15=0$.

2.7. Знайти рівняння прямої, що проходить через точку *P_0 (5; –1)* паралельно прямій $3x-7y+14=0$.

2.8. Задана пряма $2x+3y+4=0$. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку *M (2; 1)*:

1) паралельно заданій прямій;

2) перпендикулярно до заданої прямої.

2.9. Знайти відстань між двома паралельними прямими: $3x+4y-12=0$, $3x+4y+13=0$.

2.10. Знайти точку *M*, яка симетрична точці *P(–6; 13)* відносно прямої $2x-3y-3=0$.

2.11. Знайти точку *K*, яка симетрична точці *P(8; –9)* відносно прямої, що проходить через точки *A (3; –4), B (–1; –2)*.

2.12. Задано три вершини паралелограма *A (–3; 1), B (3; 3), C (4; –1)*. Знайти координати четвертої вершини.

2.13. Задано вершини трикутника *A (12; –4), B (0; 5), C (–12; –11)*. Знайти:

а) довжини сторін;

б) рівняння сторін;

в) рівняння висоти, що проведена з вершини B;

г) довжину цієї висоти;

д) рівняння медіани, що проведена з вершини A;

е) точку перетину висоти, що проведена з вершини B, та медіани, що проведена з точки A;

ж) кут C;

з) площу трикутника.

Індивідуальне завдання

Дано координати вершин трикутника $\Delta A_1A_2A_3$ і точку A_4. Знайти:

а) рівняння прямої A_1A_2;

б) рівняння висоти та медіани $\Delta A_1A_2A_3$, опущених з вершини A_2;

в) тангенс кута A_2;

г) площу трикутника $\Delta A_1A_2A_3$;

д) відстань від точки A_4 до прямої A_1A_2;

е) побудувати рисунок в системі координат.

1. $A_1\ (1;\ 2);\ A_2\ (-3;\ 2);\ A_3\ (-5;-3);\ A_4\ (2;\ -1)$.
2. $A_1\ (2;\ 1);\ A_2\ (-1;\ 2);\ A_3\ (-2;\ -3);\ A_4\ (1;\ -6)$.
3. $A_1\ (2;\ 2);\ A_2\ (-2;\ 2);\ A_3\ (-3;\ -3);\ A_4\ (2;\ -4)$.
4. $A_1\ (1;\ 1);\ A_2\ (-4;\ 2);\ A_3\ (-4;-3);\ A_4\ (2;\ -7)$.
5. $A_1\ (1;\ 6);\ A_2\ (-3;-2);\ A_3\ (-5;\ 3);\ A_4\ (2;\ -1)$.
6. $A_1\ (2;\ 6);\ A_2\ (-3;\ -1);\ A_3\ (-5;\ 2);\ A_4\ (1;\ -6)$.
7. $A_1\ (3;\ 6);\ A_2\ (-2;\ -2);\ A_3\ (-5;\ 1);\ A_4\ (2;\ -3)$.
8. $A_1\ (4;\ 6);\ A_2\ (-4;\ -2);\ A_3\ (-5;\ 4);\ A_4\ (2;\ -4)$.
9. $A_1\ (6;\ 6);\ A_2\ (-3;\ -5);\ A_3\ (-2;\ 3);\ A_4\ (2;\ -7)$.
10. $A_1\ (7;\ 6);\ A_2\ (-5;\ -2);\ A_3\ (-4;\ 3);\ A_4\ (2;\ -8)$.

/Завдання обирається за останньою цифрою номера студента в списку./

Теми рефератів

1. Різні види рівнянь прямої.
2. Відхилення та відстань від точки до прямої.