

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №2.

Тема: Визначники. Мінори. Алгебраїчні доповнення.

### ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д 1 : Обчислити визначники другого та третього порядку:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 22 \end{vmatrix} = 3 \cdot 22 - 1(-4) = 70.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -3 & -2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 6 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot (-3) \cdot (-2) + (-3) \cdot 3 \cdot 6 - \\ - (-2) \cdot 5 \cdot 6 - (-3) \cdot 3 \cdot 4 - 2 \cdot (-3) \cdot 5 = 100 + 12 - 54 + 60 + 36 + 30 = 184.$$

П р и к л а д 2 : Дано матрицю  $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ 2 & 5 & 3 \\ 6 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ .

Обчислити мінори  $M_{12}$  і  $M_{22}$  та алгебраїчні доповнення  $A_{12}$  і  $A_{22}$ .

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 10 - 18 = -8; \quad M_{22} = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 20 - (-12) = 32;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = (-1)^3 \cdot (2 \cdot 5 - 3 \cdot 6) = -(10 - 18) = 8;$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = (-1)^4 \cdot (4 \cdot 5 - 6 \cdot (-2)) = 20 - (-12) = 32.$$

П р и к л а д 3 : Обчислити визначник розкладаючи його за елементами третього рядка:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -7 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & -11 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} -7 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + (-11) \cdot (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = \\ = 4 \cdot 1 \cdot (-7 \cdot 3 - 5 \cdot (-2)) + 2 \cdot (-1) \cdot (3 \cdot 3 - 5 \cdot 1) + (-11) \cdot 1 \cdot (3 \cdot (-2) - (-7) \cdot 1) = -44 - \\ -8 - 11 = 63.$$

П р и к л а д 4 : Обчислити визначник четвертого порядку:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ -2 & -4 & -1 & 6 \end{vmatrix}.$$

Додамо перший рядок до другого і четвертого, утворивши визначник

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 7 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & 0 & 8 \end{vmatrix}.$$

Переставимо місцями перший і третій стовпчики:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & -1 & 8 \end{vmatrix}.$$

Додамо другий рядок до третього і четвертого рядків і винесемо спільний множник елементів третього та четвертого рядків:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 5 & 10 \\ 0 & 0 & 3 & 15 \end{vmatrix} = -5 \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}.$$

Віднявши третій рядок від четвертого, одержимо:

$$\Delta = -5 \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -15 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 = -90.$$

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Обчислити визначники в наступних завданнях:

**№1.19.**  $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 7 & 12 \end{vmatrix};$

**№1.20.**  $\begin{vmatrix} 9 & 0 \\ 14 & 1 \end{vmatrix};$

**№1.21.**  $\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix};$

**№1.22.**  $\begin{vmatrix} -7 & 1 \\ 8 & 2 \end{vmatrix};$

**№1.23.**  $\begin{vmatrix} -6 & 11 \\ 1 & -5 \end{vmatrix};$

**№1.24.**  $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -8 & -2 \end{vmatrix};$

**№1.25.**  $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 6 & 5 & 3 \\ 7 & 3 & 5 \end{vmatrix};$

**№1.26.**  $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 3 \\ -9 & 6 & 2 \\ 8 & 5 & 1 \end{vmatrix};$

**№1.27.**  $\begin{vmatrix} -5 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ 8 & 3 & 5 \end{vmatrix};$

**№1.28.**  $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 7 \\ -2 & 5 & -8 \\ 3 & -6 & 9 \end{vmatrix};$

$$\text{№1.29. } \begin{vmatrix} -5 & 9 & 2 \\ -6 & -5 & 3 \\ 7 & -1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.31. } \begin{vmatrix} 25 & 8 & 3 \\ -3 & 4 & 1 \\ 2 & -5 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.33. } \begin{vmatrix} 11 & 5 & 6 \\ 1 & -2 & -3 \\ 7 & 4 & 4 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.35. } \begin{vmatrix} 3 & 9 & 1 \\ 9 & 12 & 5 \\ 2 & -3 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.37. } \begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -5 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.30. } \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & 2 \\ 13 & 7 & 4 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.32. } \begin{vmatrix} 7 & 8 & 3 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 5 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.34. } \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 10 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.36. } \begin{vmatrix} 20 & 3 & -3 \\ -5 & -6 & 7 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.38. } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}.$$

Обчислити мінори та алгебраїчні доповнення в наступних завданнях:

$$\text{№1.39. } \begin{vmatrix} 4 & 5 & -3 \\ 1 & 0 & -5 \\ 3 & 11 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.40. } \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 14 & 3 & 0 \\ 6 & -2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.41. } \begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.42. } \begin{vmatrix} 6 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & 4 \\ 4 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

Обчислити визначник розкладаючи його за елементами рядка або стовпця в наступних завданнях:

$$\text{№1.43. } \begin{vmatrix} -7 & 11 \\ 13 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.44. } \begin{vmatrix} 33 & 14 \\ 7 & 10 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.45. } \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 15 \\ 1 & -3 & -6 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.46. } \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 14 & 8 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.47.} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 5 & 0 \\ -2 & 2 & 6 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{№1.48.} \begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 6 & -2 \end{vmatrix}.$$

### Індивідуальне завдання

Обчислити визначники в наступних завданнях:

$$1) \begin{vmatrix} n & n-1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix};$$

$$2) \begin{vmatrix} n & 2 & n+2 \\ 2 & n-1 & 7 \\ n+2 & -3 & -n \end{vmatrix};$$

$$3) \begin{vmatrix} n & 5 & 2 & -2n \\ 1 & n-1 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 2n & 5 \\ 1 & -n & 6 & n+2 \end{vmatrix}.$$

де  $n$  – остання цифра номера студента за списком.

### Теми рефератів

1. Основні властивості визначників та їх застосування.
2. Правило Лапласа.