ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №1.

Тема: Матриці та дії над ними.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д : Дано матриці A та B: $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 3 & 5 & -3\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -11 & 4 & 5\\ -3 & -1 & 2\end{pmatrix}$,

знайти матриці а) $A+B$; б) $-4A$; в) A^T; г) $A\cdot B$; д) $B\cdot A$; е) A^2.

а) $$A+B=\begin{pmatrix}1+0 & -2+1 & 0+0\\ 3+(-11) & 5+4 & -3+5\\ 2+(-3) & 0+(-1) & -1+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ -8 & 9 & 2\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix};$$

б) $$-4\cdot A=\begin{pmatrix}-4\cdot 1 & -4\cdot(-2) & -4\cdot 0\\ -4\cdot 3 & -4\cdot 5 & -4\cdot(-3)\\ -4\cdot 2 & -4\cdot 0 & -4\cdot(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 8 & 0\\ -12 & -20 & 12\\ -8 & 0 & 4\end{pmatrix};$$

в) $$A^T=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 3 & 5 & -3\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ -2 & 5 & 0\\ 0 & -3 & -1\end{pmatrix};$$

г) $$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 3 & 5 & -3\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -11 & 4 & 5\\ -3 & -1 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1\cdot 0+(-2)\cdot(-11)+0\cdot(-3) & 1\cdot 1+(-2)\cdot 4+0\cdot(-1) & 1\cdot 0+(-2)\cdot 5+0\cdot 2\\ 3\cdot 0+5\cdot(-11)+(-3)\cdot(-3) & 3\cdot 1+5\cdot 4+(-3)\cdot(-1) & 3\cdot 0+5\cdot 5+(-3)\cdot 2\\ 2\cdot 0+0\cdot(-11)+(-1)\cdot(-3) & 2\cdot 1+0\cdot 4+(-1)\cdot(-1) & 2\cdot 0+0\cdot 5+(-1)\cdot 2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}22 & -7 & -10\\ -46 & 26 & 19\\ 3 & 3 & -2\end{pmatrix};$$

д) $$B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ -11 & 4 & 5\\ -3 & -1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -2 & 0\\ 3 & 5 & -3\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}0\cdot 1+1\cdot 3+0\cdot 2 & 0\cdot(-2)+1\cdot 5+0\cdot 0 & 0\cdot 0+1\cdot(-3)+0\cdot(-1)\\ -11\cdot 1+4\cdot 3+5\cdot 2 & -11\cdot(-2)+4\cdot 5+5\cdot 0 & -11\cdot 0+4\cdot(-3)+5\cdot(-1)\\ -3\cdot 1-1\cdot 3+2\cdot 2 & -3\cdot(-2)-1\cdot 5+2\cdot 0 & -3\cdot 0-1\cdot(-3)+2\cdot(-1)\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 \\ 11 & 42 & -17 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

е) $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} =$

$$=\begin{pmatrix} 1\cdot 1 - 2\cdot 3 + 0\cdot 2 & 1\cdot(-2) - 2\cdot 5 + 0\cdot 0 & 1\cdot 0 - 2\cdot(-3) + 0\cdot(-1) \\ 3\cdot 1 + 5\cdot 3 - 3\cdot 2 & 3\cdot(-2) + 5\cdot 5 - 3\cdot 0 & 3\cdot 0 + 5\cdot(-3) - 3\cdot(-1) \\ 2\cdot 1 + 0\cdot 3 - 1\cdot 2 & 2\cdot(-2) + 0\cdot 5 - 1\cdot 0 & 2\cdot 0 + 0\cdot(-3) - 1\cdot(-1) \end{pmatrix} =$$

$$=\begin{pmatrix} -5 & -12 & 6 \\ 12 & 19 & -12 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

№1.1. Для матриць A та B: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$, знайти матриці:

а) $A + B$; б) $-4A$; в) A^T; г) $A \cdot B$; д) $B \cdot A$; е) A^2.

№1.2. Виконати множення матриць $A{\cdot}B$ та $B{\cdot}A$, якщо $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ і

$B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.

№1.3. Для матриць $A = \begin{pmatrix} 1 & 11 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$ та $B = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ знайти матриці:

а) $2A + \frac{1}{2}B$; б) $2AB - B$; в) $2BA + 4A$.

№1.4. Для матриць A та B: $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 11 & 9 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$, знайти матриці: а) $A + B$; б) $-4A$; в) A^T; г) $A \cdot B$; д) $B \cdot A$; е) A^2.

№1.5. Для матриць A та B: $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & -3\\ 4 & 5 & -4\\ 3 & -2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 4\\ 1 & 5 & 2\\ -4 & 1 & 3\end{pmatrix}$, знайти матриці: а) $2A+\frac{1}{2}B$; б) $2AB-B$; в) $2BA+4A$.

№1.6. Для матриць $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & -5\end{pmatrix}$ та $B=\begin{pmatrix}9 & -2\\ 7 & 3\end{pmatrix}$ перевірити, чи справджуються формули скороченого множення:

а) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; б) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

Виконати дії в наступних прикладах:

№1.7. $\left(\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -3\\ -4 & 1\end{pmatrix}\right)^2$;

№1.8. $\left(\begin{pmatrix}5 & -6\\ 3 & 7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}9 & -11\\ 4 & 7\end{pmatrix}\right)^2$;

№1.9. $\begin{pmatrix}1 & -8 & 5\\ -3 & 4 & 2\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}^2-\begin{pmatrix}1 & -8 & 5\\ -3 & 4 & 2\\ -2 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

№1.10. $\begin{pmatrix}2 & -7 & 4\\ -1 & 0 & -2\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}^2+\begin{pmatrix}2 & -7 & 4\\ -1 & 0 & -2\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}^T$;

№1.11. $\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}12 & 0\\ 6 & -8\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & -3\\ 4 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ -3 & 4\end{pmatrix}$;

№1.12. $\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}12 & 0\\ 6 & -3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}7 & -3\\ 1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5 & -1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$;

№1.13. $\begin{pmatrix}-7 & 3\\ 1 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}8 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}+\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4 & 2\\ 0 & 8\end{pmatrix}$;

№1.14. $\begin{pmatrix}-7 & 5\\ 1 & -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}8 & -1\\ -7 & 5\end{pmatrix}+\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix}-6 & 9\\ 0 & 3\end{pmatrix}$;

№1.15. $\begin{pmatrix}4 & 1 & -5\\ 2 & 3 & 7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -4\\ 3 & 5\\ 4 & 6\end{pmatrix}-7\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & -3\end{pmatrix}$;

№1.16. $\begin{pmatrix}2 & -4\\ 3 & 5\\ 4 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4 & 1 & -5\\ 2 & 3 & 7\end{pmatrix}+4\begin{pmatrix}1 & -4 & -5\\ 2 & 4 & 6\\ -3 & 5 & 1\end{pmatrix}$;

№1.17. $7\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 6 & -5 \\ -9 & 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 7 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$;

№1.18. $4\begin{pmatrix} 1 & -4 & -5 \\ 0 & 7 & 6 \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -5 \\ -9 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 3 & -5 \\ 2 & 8 & 7 \end{pmatrix}$.

Індивідуальне завдання

Виконати дії $\begin{pmatrix} 1 & n & 2 \\ -3 & n-1 & 5 \\ 4 & n+1 & -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n-3 & n-4 & n-5 \\ -3 & 4 & -5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix} 2 & -n & 1 \\ n & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$,

де n – остання цифра номера студента за списком.

Теми рефератів

1. Дії над матрицями та їх властивості.
2. Застосування матричного числення при розв’язуванні економічних задач.