

Тема: Задачі оптимізації виробництва

I. Перевірка теоретичного матеріалу:

1. Задача багаторесурсної фірми
2. Задача оптимального розподілу товарів
3. Задача визначення мінімальних витрат фірми

II. Розв'язування вправ:

1. Нехай фірма випускає два види товарів. Позначимо їх обсяги через x і y . Нехай функція витрат $C(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$. Знайти мінімальні витрати фірми, якщо $x+y=2$.

Відповідь: $C_{\min}(1;1)=2$.

2. Нехай фірма випускає два види товарів в обсязі x та y , на які встановлено ціну за одиницю $p_x=8$ та $p_y=10$ грош. од. відповідно; $C(x;y)=x^2+xy+y^2$ – функція витрат фірми. Визначити її максимальний прибуток та еластичність створеної функції.

Відповідь: $P_{\max}(6;4)=12$.

3. Нехай фірма випускає два види товарів. Позначимо їх обсяги через x і y . Нехай функція витрат $C(x,y)=3x^2+5xy+20y^2-14x$. Знайти мінімальні витрати фірми.

Відповідь: $C_{\min}(2,4;0,3)$.

4. Виробнича функція (в грошових одиницях) має вигляд $f(x, y) = 4\sqrt{x} \cdot y$, де x – обсяг першого ресурсу, а y – другого. Ціна одиниці першого ресурсу $p_x=1$, а другого $p_y=2$ умов. грош. од. Визначити максимальний прибуток при використанні ресурсів.

Відповідь: за цих умов прибутку не буде.

5. Виробнича функція (в грошових одиницях) має вигляд $f(x, y) = 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$, де x – обсяг першого ресурсу, а y – другого. Ціна одиниці першого ресурсу $p_x=1$, а другого $p_y=2$ умов. грош. од. Через бюджетні

обмеження на ресурси можна витратити не більше ніж 100 умов. грош. од. Визначити оптимальний для виробника набір обсягів ресурсів.

6. Задано виробничу функцію, що залежить від двох змінних: $q(x, y) = 10xy$, де x – витрати основних фондів; y – витрати людської праці, а також задано відповідні ціни на ресурси $p_x = 12$ і $p_y = 14$ умов. грош. од. Знайти значення величин x та y , які забезпечують мінімальні витрати виробництва за фіксованого обсягу продукції $q_0 = 2000$.

7. Функція корисності має вигляд $U(x, y) = \ln(x+1) + 2\ln(y+1)$. Ціни одиниці товарів x і y відповідно становлять $p_x = 10$, і $p_y = 20$ умов. грош. од. На придбання цих товарів можна витратити 20000 умов. грош. од. Визначити як розподілити цю суму між двома товарами x і y , щоб корисність їх придбання була найбільшою.

8. Нехай фірма випускає два види товарів в обсязі x та y , на які встановлено ціну за одиницю $p_x = 72$ та $p_y = 90$ грош. од. відповідно; $C(x; y) = x^3 + 2xy + y^2$ – функція витрат фірми. Визначити її максимальний прибуток та еластичність створеної функції.

9. Сумарний прибуток підприємства залежить від витрат двох ресурсів x_1 та x_2 і виражається функцією $P(x_1; x_2) = 8000 - x_1^2 - x_2^2 + 40x_1 + 60x_2$. Кількість ресурсів обмежена квотою $x_1 + x_2 = 100$. Визначити витрати ресурсів, що забезпечують максимальний прибуток підприємства та обчислити його.

10. Сумарний прибуток підприємства залежить від витрат двох ресурсів x_1 та x_2 і виражається функцією $P(x_1; x_2) = 90000 - x_1^2 - 2x_2^2 + 40x_1 + 120x_2$. Кількість ресурсів обмежена квотою $x_1 + x_2 = 200$. Визначити витрати ресурсів, що забезпечують максимальний прибуток підприємства та обчислити його.

11. Сумарний прибуток підприємства залежить від витрат двох ресурсів x_1 та x_2 і виражається функцією $P(x_1; x_2) = 10000 - 2x_1^2 - 4x_2^2 + 60x_1 + 800x_2$. Кількість ресурсів обмежена квотою $x_1 + x_2 = 100$. Визначити витрати ресурсів, що забезпечують максимальний прибуток підприємства та обчислити його.

12. Фірма реалізує частину товару на внутрішньому ринку, а іншу частину поставляє на експорт. Зв'язок ціни товару P_1 і його кількості Q_1 ,

проданого на внутрішньому ринку, описується кривою попиту за рівнянням $P_1 + Q_1 = 500$. Аналогічно для експорту ціна P_2 і кількість Q_2 також зв'язані співвідношенням (рівнянням кривої попиту) $2P_1 + 3Q_2 = 720$. Сумарні витрати визначаються виразом $C = 50000 + 20(Q_1 + Q_2)$. Яку цінову політику повинна проводити фірма, щоб прибуток був максимальним?

13. Фірма виробляє два види товарів G_1 і G_2 в кількості Q_1 і Q_2 відповідно. Функція витрат має вигляд $C = 10Q_1 + Q_1Q_2 + 10Q_2$, а криві попиту для кожного товару $P_1 = 50 - Q_1 + Q_2$ і $P_2 = 30 + 2Q_1 - Q_2$, де P_1 і P_2 – ціна одиниці товару видів G_1 і G_2 відповідно. Крім того, фірма зв'язана обмеженнями на загальний обсяг виробництва товарів G_1 і G_2 , її квота складає 15 одиниць, тобто $Q_1 + Q_2 = 15$. Знайти максимальний прибуток, що може бути досягнутий за цієї умови.

III. Домашнє завдання:

- вивчити «Лекцію №7»;
- підготуватися до модуля;
- розв'язати № 8, 11, 13.