

**Тема: Аналіз економічних задач за допомогою виробничих функцій**

**I. Перевірка теоретичного матеріалу:**

1. Виробнича функція.
2. Виробнича функція багатьох змінних.
3. Властивості виробничих функцій.
4. Середні показники ефективності.
5. Середня фондівіддача.
6. Середня продуктивність праці.

**II. Розв'язування вправ:**

1. Виробнича функція  $z$  виражається функцією, у якій  $x$  – вкладені кошти,  $y$  – амортизаційні затрати. Знайти частинні похідні вказаних функцій і пояснити їх зміст:

а)  $z = \frac{x}{y}$ ;

б)  $z = e^{\frac{x}{y}}$ ;

в)  $z = \frac{e^x}{1+y}$ ;

г)  $z = x^2 - 2y$ ;

д)  $z = \frac{x^2}{\ln y} - 2y$ ;

е)  $z = \frac{xy}{x+y}$ .

2. Фірма виробляє два види товарів  $G_1$  і  $G_2$  і продає їх за ціною 20 грош. од. та 5 грош. од. відповідно. Обсяги випуску товарів  $Q_1$  і  $Q_2$ . Функція витрат має вигляд  $C = Q_1 Q_2$ . Знайти такі значення  $Q_1$  і  $Q_2$ , за яких прибуток, отриманий фірмою, максимальний. Знайти цей прибуток.

*Відповідь:* Обсяги випуску товарів  $Q_1=5$ ,  $Q_2=20$ ; максимальний прибуток  $P=100$ .

3. Фірма виробляє два види товарів  $G_1$  і  $G_2$  і продає їх за ціною 100 грош. од. та 500 грош. од. відповідно. Обсяги випуску товарів  $Q_1$  і  $Q_2$ . Функція витрат має вигляд  $C = Q_1^2 + 2Q_2^2 + 10Q_1 + 20Q_2$ . Знайти такі значення  $Q_1$  і  $Q_2$ , за яких прибуток, отриманий фірмою, максимальний. Знайти цей прибуток.

*Відповідь:* Обсяги випуску товарів  $Q_1=45$ ,  $Q_2=120$ ; максимальний прибуток  $P=30825$ .

4. Фірма виробляє два види товарів  $G_1$  і  $G_2$  і продає їх за ціною 12 грош. од. та 8 грош. од. відповідно. Обсяги випуску товарів  $Q_1$  і  $Q_2$ . Функція витрат

має вигляд  $C=4Q_1^2+2Q_1+Q_2^2+5Q_2$ . Знайти такі значення  $Q_1$  і  $Q_2$ , за яких прибуток, отриманий фірмою, максимальний. Знайти цей прибуток.

*Відповідь:* Обсяги випуску товарів  $Q_1=1,25$ ,  $Q_2=1,5$ ; максимальний прибуток  $P=8,5$ .

5. Фірма реалізує частину товару на внутрішньому ринку, в іншу частину поставляє на експорт. Зв'язок ціни товару  $P_1$  і його кількості  $Q_1$ , проданого на внутрішньому ринку, описується кривою попиту за рівнянням  $P_1+Q_1=500$ . Аналогічно для експорту: зв'язок ціни товару  $P_2$  і його кількості  $Q_2$ , описується кривою  $2P_2+3Q_2=720$ . Сумарні витрати визначаються виразом  $C=50\,000+2(Q_1+Q_2)$ . Знайти максимальний прибуток, що може бути досягнутий за цієї умови.

*Відповідь:* Обсяги випуску товарів  $Q_1=240$ ,  $Q_2=120$ , максимальний прибуток  $P=29080$ .

6. Фірма виробляє два види товарів  $C_1$  і  $C_2$  в кількості  $Q_1$  та  $Q_2$  відповідно. Функція витрат має вигляд  $C = 10Q_1+Q_1Q_2+10Q_2$ , а криві попиту для кожного товару  $P_1=50-Q_1+Q_2$ ,  $P_2=30+2Q_1-Q_2$ , де  $P_1$ ,  $P_2$  – ціна одиниці товару видів  $C_1$  і  $C_2$  відповідно. Крім того, фірма зв'язана обмеженнями на загальний обсяг виробництва товарів  $C_1$  і  $C_2$ , її квота складає 15 одиниць, тобто  $C_1+C_2=15$ . Яку цінову політику повинна проводити фірма, щоб прибуток був максимальним?

*Відповідь:* Обсяги випуску товарів  $Q_1=0,5$ ,  $Q_2=14,5$ .

### **III. Домашнє завдання:**

- вивчити «Лекцію №6»;
- розв'язати № 4.