

Тема: ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ В ЕКОНОМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

1. Задача вибору фірмою оптимального обсягу виробництва
2. Рівноважна ціна

1. Задача вибору фірмою оптимального обсягу виробництва

Нехай монополіст, знаючи (наприклад, із маркетингових досліджень) функцію попиту на свою продукцію, вирішує, скільки її виявляти й за якою ціною продавати. Якщо монополіст установить достатньо високу ціну, то споживачі за певний період придбають у нього не дуже багато продукції. Якщо він вироблятиме більше, то йому доведеться знизити ціну, аби продати всю продукцію за певний період часу. При цьому прибуток збільшиться за рахунок зростання обсягу продажу (дохід) і водночас зменшиться через зменшення ціни (витрати). Результат залежатиме від того, що буде більше: дохід чи витрати. Як же монополіст може визначити оптимальний обсяг випуску продукції? Для цього він має знати залежність прибутку (якщо враховувати витрати випуску) від обсягу продукції.

Нехай задано функцію доходу $R=R(q)$ й функцію витрат $C=C(q)$ фірми. Тоді функція її прибутку від випуску продукції має вигляд:

$$P(q) = R(q) - C(q) = p(q)q - C(q).$$

Визначимо, за якого обсягу продукції прибуток фірми буде максимальним. З теорії відомо, що задача визначення максимуму функції розв'язується за допомогою апарату диференціального числення.

Приклад. Знайти оптимальний для підприємства обсяг продукції і відповідний йому максимальний прибуток. Якщо воно виробляє q одиниць продукції за ціною $p(q) = 50 - 0,1q$, а витрати виробництва задаються функцією $C(q) = 0,02q^2 + 14q + 800$.

Розв'язання. Нехай $P(q)$ – прибуток підприємства. Тоді:

$$P(q) = R(q) - C(q) = p(q)q - C(q), \text{ тобто}$$

$$P(q) = 50q - 0,1q^2 - 0,02q^2 - 14q - 800 = -0,12q^2 + 36q - 800.$$

Для знаходження максимуму цієї функції знайдемо її похідну та прирівняємо її до нуля:

$$P'(q) = -0,24q + 36;$$

$$-0,24q + 36 = 0;$$

$$q = 150.$$

Отже, $q = 150$ – критична точка.

Знайдемо другу похідну функції $P(q)$ і визначимо її знак при $q = 150$:

$$P''(q) = -0,24 < 0 \text{ для будь-якого } q.$$

Отже, $q = 150$ – точка максимуму. Тобто максимальний прибуток підприємство отримає при виробленні 150 одиниць продукції. Знайдемо максимальний прибуток підприємства, тобто значення функції $P(q)$ в точці $q = 150$: $P(150) = 1900$ *гр.од.*

Поставимо перед собою задачу: вибрати оптимальний обсяг виробництва фірмою чи підприємством.

Аби одержати максимальний прибуток, фірма має випускати продукцію обсягом q_0 , так щоб значення $P(q_0)$ було максимальним. Практично обсяг продукції $q \in [0; Q]$, де Q – це верхня межа обсягу продукції, який може випускати фірма. Математично задача зводиться до знаходження максимуму функції прибутку $P = P(q_0)$ на відрізку $[0; Q]$. Оскільки теоретично функція прибутку $P = P(q_0)$ може досягати максимального значення й на кінцях проміжку при $q = 0$ і $q = Q$, то обидві ці ситуації, коли фірма не випускає нічого ($q = 0$) або випускає продукцію на межі своїх виробничих можливостей $q = Q$, є крайніми. Зараз ми не розглядатимемо їх і припустимо функція прибутку досягає максимуму в точці $q \in [0; Q]$. Отже, нехай виконуються такі умови:

1. функції $R = R(q)$ і $C = C(q)$ визначені й диференційовані на відрізку $[0; Q]$;
2. функція прибутку досягає максимуму в деякій точці q_0 ($q_0 \neq 0$ і $q_0 \neq Q$).

У випадку, коли максимум прибутку $P(q_0) > 0$, умова $q_0 = 0$ природно виконується, оскільки $P \leq 0$ (немає випуску – немає доходу, немає доходу – немає прибутку).

Якщо виконуються обидві умови, то функція $P=(q)$ диференційована й на відрізку $[0; Q]$ має максимум у точці $q_0 \neq 0$. Тоді за теоремою Ферма $P'(q_0)=0$. Оскільки $P'(q_0)=R'(q_0) - C'(q_0)$, то в точці $q = q_0$ отримуємо рівність:

$$R'(q_0) - C'(q_0) = 0, \text{ тобто } R'(q_0) = C'(q_0).$$

Пригадавши, що похідна функції витрат C' виражає граничні витрати, а похідна R' – граничний дохід, то, використовуючи цю термінологію, отримуємо **базовий економічний принцип**:

Оптимальний продуктивний рівень фірма досягає, коли граничний річний дохід дорівнює граничним витратам.

В економічній теорії розглянута рівність визначає правило, за яким фірма, яка максимізує свій прибуток, установлює обсяг виробництва таким чином, що граничний дохід дорівнює граничним витратам.

У випадку, коли обсяг виробництва q не впливає на ціну продукції p , маємо $R(q) = pq$, $R'(q_0) = p$. Тоді вказана рівність набирає вигляду: $p = C'(q_0)$.

Приклад. Знайти оптимальний обсяг продукції фірми, якщо відомі ціна одиниці продукції $p = 15$ грош. од. і функція витрат $C(q) = q^3 + 3q$.

Розв'язання. Запишемо функцію прибутку фірми в разі виробництва q одиниць продукції:

$$P(q) = 15q - q^3 - 3q = q(12 - q^2).$$

Очевидно, $P(q) \geq 0$, якщо $q \in [0; \sqrt{12}]$. Оскільки $P = P(q)$ – неперервна функція, то на відрізку $[0; \sqrt{12}]$, у деякій точці q_0 , вона набуває свого найбільшого значення. Оскільки $P(q) \leq 0$ при $q = \sqrt{12}$, то $P(q_0)$ – найбільше значення при будь-якому $q \geq 0$. Використовуючи рівність $R'(q_0) = C'(q_0)$, маємо: $15 = C'(q_0) = 3(q_0)^2 + 3$. Звідси $q_0 = 2$.

Оскільки фірма намагається одержати максимальний прибуток, то вона випускатиме дві одиниці продукції. Фактично ми з'ясували, що за ціни $p=15$ гр. од. фірмі вигідно випустити для продажу дві одиниці продукції.

Оскільки річний доход і прибуток фірми залежать від її місця на ринку, то слід розглянути випадок монополії, коли фірма постачає повний обсяг продукції під реалізацію. В цій ситуації ціна визначається функцією попиту. Інакше кажучи, ціна товару, за якою споживачі купують його, залежить від попиту $p=p(q)$, де q – стала. Якщо відома функція ціни $p = p(q)$, то функція прибутку $P = qp(q) - C(q)$, й необхідною умовою її максимуму є $P'(q) = 0$, яку можна записати у вигляді:

$$\frac{d}{dq} (q p(q) - C(q)) = 0.$$

У кожному окремому випадку цю рівність можна використовувати для знаходження максимуму функції прибутку, але слід зауважити, що не всі критичні точки функції прибутку $P = P(q)$, де $q \in [0; q]$, є максимальними, оскільки вказана умова є необхідною, але не достатньою.

Приклад. Розглянемо задачу вибору оптимального обсягу виробництва фірмою, функцію прибутку якої можна змодельовати залежністю $P(q) = R(q) - C(q) = q^2 - 8q + 10$.

Розв'язання. Знайдемо похідну: $P'(q) = 2q - 8$.

Перевіримо необхідні умови локального екстремуму. Прирівнюємо похідну до нуля: $P'(q) = 2q - 8 = 0$. Тоді отримаємо $q_0 = 4$.

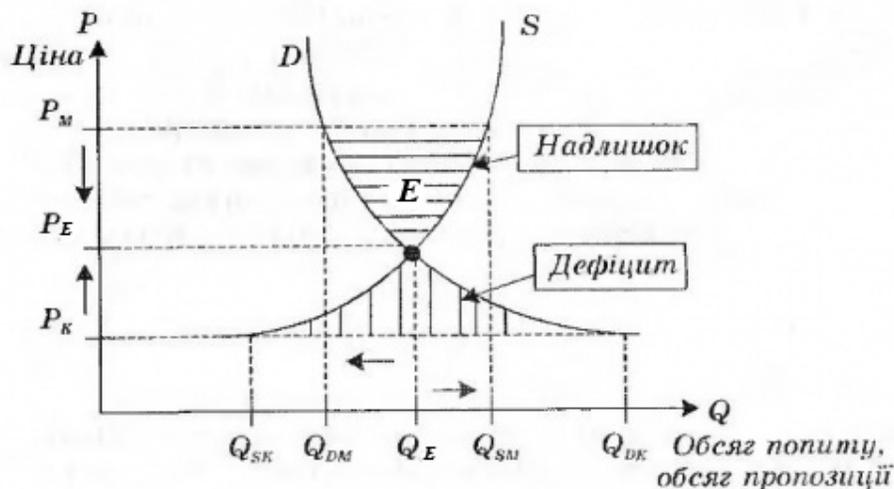
Щоб визначити, чи є обсяг випуску $q = 4$ оптимальним для фірми треба проаналізувати характер зміни знака похідної при переході через точку q_0 (тобто перевірити достатні умови локального екстремуму): при $q < q_0$ маємо $P'(q) < 0$, і функція прибутку спадає; при $q > q_0$ маємо $P'(q) > 0$, то функція прибутку зростає.

Отже, в точці $q_0 = 4$ функція прибутку набуває мінімального значення, і обсяг випуску не є оптимальним.

Яким же має бути оптимальний обсяг випуску фірми? Відповіді на це запитання дає змогу додаткове дослідження виробничих потужностей фірми. Якщо фірма не може виробляти за розглядуваний період більш як 8 одиниць продукції, то оптимальне рішення для неї – взагалі нічого не виробляти, а здавати в оренду приміщення або обладнання й одержувати доход. Якщо фірма може виробляти більш як 8 одиниць продукції, то оптимальним рішенням для неї буде випуск на межі своїх виробничих можливостей.

2. Рівноважна ціна

Ринкова економіка в умовах вільної конкуренції, постійної зміни цін, регулювання економічних процесів на основі зміни співвідношення попиту і пропозиції здатна уникнути хаотичного розвитку і досягти загальної рівноваги. Хоча в ринковій економіці можливі певні прорахунки, але ціна на кожний товар встановлюється на основі рівноваги між попитом і пропозицією.



Вісь OP відображує рух ціни, лінія OQ – рух обсягу товарної продукції, крива D – попит, крива S – пропозицію. P_E – це рівноважна ціна, а Q_E – обсяг продукції, що реалізується за рівноважними цінами.

Попит та пропозиція врівноважуються під впливом конкурентного середовища ринку, унаслідок чого про ціну говорять, як про конкурентну ринкову рівновагу. У будь-якому випадку на конкурентному ринку

рівноважна ціна і відповідна їй кількість товару визначаються ринковим попитом та пропозицією.

За інших рівних умов рівноважна ринкова ціна встановлюється при такому співвідношенні попиту та пропозиції, коли кількість товарів, що покупці хочуть придбати, відповідає тій їх кількості, що виробники пропонують на ринку. При цьому на ринку відсутні тенденції зміни цін і кількості товарів.

Точка перетинання кривих попиту та пропозиції E відповідає визначеному рівню ціни P_E , що відзначена на осі ординат, і кількості, чи обсягу товару Q_E , що продається по цій рівноважній ціні.

Як показано на, будь-який надлишок товару, тобто товарний надлишок, штовхає ціну товарів униз, до точки рівноваги E . Любий товарний дефіцит, недостача товарів на ринку буде штовхати ціну товарів нагору, до точки рівноваги попиту та пропозиції E . В остаточному підсумку встановиться рівноважна ціна P_E , по якій буде продаватися Q_E товарів на ринку.

Як відомо пропозиція і попит не завжди урівноважені на ринку. Але, крім ціни, пропозиція і попит визначаються й іншими умовами. Наприклад, кількість товару, що виробники готові продати, залежить не тільки від ціни, але і від витрат виробництва. Попит на товар залежить, як від бюджету споживачів, так і від зміни економічних умов або податкової політики. Щоб зробити це, ми повинні зрозуміти, як зрушуються криві пропозиції і попиту у відповідь на зміни ставки зарплати, капітальних витрат і прибутку.

Почнемо з зміни кривої попиту. Пропозиція залишається постійною. Припустимо, що попит зростає, як це вплине на ціну. Збільшення пропозиції приведе до ефекту пониження ціни і ефекту приросту кількості продукту. І навпаки: ціна росте, кількість падає.

Попит і пропозиція змінюються в протилежних напрямках. Наприклад, попит скорочується, а пропозиція зростає – результат – значне зниження ціни, а збільшення чи зменшення кількості продукту залежить від відносних параметрів змін пропозицій і попиту.

Попит зростає, а пропозиція падає – збільшення ціни високе і зменшення чи збільшення кількості продукції залежить від відносних параметрів зміни пропозиції і попиту.

Попит і пропозиція збільшуються – збільшення кількості продукції і (ефект зменшення ціни в результаті збільшення пропозиції і ефект збільшення ціни в результаті збільшення попиту) – якщо збільшення пропозиції більше збільшення попиту – ціна знизиться, і навпаки. Те саме можна сказати коли попит і пропозиція падає (коли масштаби зменшення пропозиції більше масштабів скорочення попиту – ціна виростає, і навпаки).

Рівноважна ціна або збалансована ціна - ціна на конкурентному ринку, при якій кількість товарів і послуг, які бажають купити споживачі, абсолютно відповідає кількості товарів і послуг, які виробники бажають запропонувати.

Означення. Рівноважна ціна, це:

- ціна, при якій попит і пропозиція рівні;
- ціна, при якій немає ні дефіциту, ні надлишку товарів і послуг;
- ціна, яка не виявляє тенденцію до зростання або зниження.

Ні продавці, ні покупці не мають спонукають мотивів до зміни ситуації на ринку у випадку встановлення рівноваги, тобто має місце баланс.

У разі формування будь-якої іншої ціни, відмінної від рівноважної, продавці і покупці отримують ефективний стимул до трансформації положення на ринку.

Рівновага по Маршаллу

Рівноважна ціна складається з причин:

- впливу перевищення ціни попиту над ціною пропозиції (коли обсяг пропозиції знаходиться нижче рівня рівноваги) – реакція продавців полягає у підвищенні обсягу пропозиції;

- впливу перевищення ціни пропозиції над ціною попиту (коли обсяг пропозиції знаходиться вище рівня рівноваги) – реакція продавців виражається в зниженні обсягу пропозиції.

Ціна попиту збігається з ціною пропозиції у разі рівноважного обсягу попиту і пропозиції.

Рівновага по Вальрасу

Рівноважна ціна складається з причин:

- впливу перевищення обсягу пропозиції над обсягом попиту (коли ринкова ціна перевищує рівноважну) - відбувається тиск надлишку пропозиції на ціну (за допомогою конкуренції продавців), ринкова ціна знижується;

- впливу перевищення обсягу попиту над обсягом пропозиції (коли ринкова ціна нижча, ніж рівноважна) - відбувається тиск надлишку попиту на ціну (за допомогою конкуренції покупців), ринкова ціна підвищується.

У кожний конкретний момент виникає певна рівновага між попитом і пропозицією. І ця рівновага досить ефективна.

У разі встановлення такої рівноваги випуск продукції досягає економічно доцільного рівня. В результаті, як дотепно зауважує П. Самуельсон, «людям, які люблять яблука, ніхто не пропонує апельсини, і навпаки».

Приклад. Дослідним шляхом встановлено функції попиту $q = \frac{2p+5}{p+2}$ і

пропозиції $s = p + 1,5$, де q і s – кількість товару, що купується і пропонується на продаж відповідно, в одиницю часу; p – ціна товару. Знайти ціну, при якій попит і пропозиція врівноважуються.

Розв'язання. Прирівняємо кількість товару, що пропонується та кількість товару, що купується: $p + 1,5 = \frac{2p+5}{p+2}$. Розв'язавши запропоноване рівняння, отримаємо, що рівноважна ціна дорівнює 0,85 гр.од.