

РОЗДІЛ 1. ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ В ЕКОНОМІЧНОМУ АНАЛІЗІ

Тема: ЕЛАСТИЧНІСТЬ

1. Еластичність функції.
2. Еластичність попиту.
3. Еластичність пропозиції.

1. Еластичність функції.

Важливим напрямом застосування диференціального числення в економіці є введення з його допомогою поняття *еластичності*. Коефіцієнт еластичності показує відносну зміну досліджуваного економічного показника внаслідок одиничної відносної зміни економічного фактора, від якого він залежить, за незмінності інших факторів, що впливають на нього.

Нехай задано функцію $y=f(x)$. Зміна незалежної змінної x на Δx зумовлює зміну функції y на Δy . Виникає запитання: як суттєво змінюється функція y залежно від зміни аргументу x ? Одним із показників реагування однієї змінної на зміну іншої змінної є похідна $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'$, що характеризує швидкість зміни функції внаслідок зміни аргументу. Але в економіці цей показник незручний тим, що він залежить від вибору одиниць величин.

Наприклад, розглянувши функцію попиту на цукор q від його ціни p , побачимо, що значення похідної $\lim_{\Delta p \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta p} = q_p$, кожної ціни p , яка виражається в гривнях, залежить від того, в чому виражається попит на цукор – у кілограмах або тоннах. У першому випадкові похідна виражається в кілограмах на гривню, в другому – в тоннах на гривню, й відповідно її значення, за однієї й тієї самої ціни, будуть різними залежно від одиниці попиту. Тому для якісної визначення зміни функції відносно зміни аргументу в економіці визначають зв'язок не абсолютних змін величин x і y , а їх відносних або процентних змін.

Означення. Еластичністю функції $y=f(x)$ називають границю відношення відносного приросту функції y до відносного приросту аргументу x при $\Delta x \rightarrow 0$ і позначають:

$$E_x(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{y} : \frac{\Delta x}{x} \right).$$

Еластичність функції наближено виражає, на скільки відсотків зміниться функція $y=f(x)$ у разі зміни незалежної змінної x на 1%, тобто

$$\frac{\Delta y}{y} = E_x(y) \cdot \frac{\Delta x}{x}.$$

З означень еластичності й похідної випливає, що:

$$E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'.$$

(Навести приклади знаходження еластичності різних функцій.)

Означення. Якщо $|E_x(y)| < 1$, то функцію називають *нееластичною*. Якщо $|E_x(y)| > 1$, то функцію називають *еластичною*.

2. Еластичність попиту.

Еластичність, як економічна категорія, показує ступінь реакції одного явища на зміну іншого. Вперше поняття «еластичність» ввів в економічну літературу англійський професор економіки Альфред Маршал. Своєю кар'єру як професор економіки А. Маршал здійснив у Кембріджському університеті. Його найбільш відомий учень – Джон Мейнард Кейнс – вважав Маршала «найвидатнішим економістом XIX сторіччя». І дійсно, хоча після першої публікації книги А. Маршала «Принципи політичної економії» пройшло вже 115 років, аналіз ринку, який в ній застосовано, придатний і для пояснення економічних ситуацій сьогодні. У тому числі такого явища як еластичність.

Означення. Еластичність попиту – це міра реакції попиту на зміну ціни товару.

Іншими словами еластичний попит – це попит, який під впливом невеликого зростання або зниження ціни товару зазнає значних змін.

Наприклад: ціни пакета молока і пляшки охолоджувального напою «Крем-сода» зросли у півтора рази або на 50%. Зрозуміло, ще обох випадках продаж зменшиться. Але продаж молока, напевно, скоротиться менше мірою ніж продаж напою, оскільки люди можуть обійтися без охолоджувальних напоїв, без молока не завжди. Мовою економістів це означає, що попит на напій «Крем-сода» більш еластичний, ніж на молоко.

Як же визначити міру впливу ціни на обсяг попиту? Для цього існує спеціальний показник коефіцієнт еластичності попиту. Він показує, на скільки відсотків зміниться попит при зміні ціни на 1% і визначається за формулою:

$$E_p = \left| \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} : \frac{P_2 - P_1}{P_2} \right|,$$

де Q_1, Q_2 – попередній і наступний обсяги споживання; P_1, P_2 – попередній і наступний рівень ціни даного товару.

Коефіцієнт цінової еластичності попиту – це від’ємна величина. Тому знак «мінус» враховується, а коефіцієнт розглядається за модулем.

$$E_p(d) = \left| \frac{p}{d(p)} \cdot d'(p) \right|.$$

Виникає питання: чому попит на одні товари еластичний, а на інші – ні? Попит нееластичний, якщо:

- маємо справу з товарами першої необхідності, тобто товарами, які людина купуватиме будь-якому разі незалежно від цін, оскільки вони їй потрібні для забезпечення первини потреб. До таких товарів належить молоко, що є життєво необхідне для дітей та люд похилого віку, товарами першої необхідності є також хліб, ліки;

- товарам важко знайти замітники. Ті, хто вживав «Крем-соду», зможуть, врешті-решт перейти на інші прохолоджуючі напої, але фактично не існує заміників для молока. Чи більше товар має заміників, тим більш еластичним є його попит і навпаки;

- товари відносно дешеві і тому займають у структурі споживчих витрат незначну частину. Люди не схильні змінювати свої купівельні звички, якщо змінюється ціна відносно дешевого товару. Наприклад, якщо людина звикла користуватись сірниками, підвищення їх ціни навіть удвічі не спричинить скорочення попиту на сірники. Якщо ж маємо справу з дорогим товаром, який коштує, наприклад, її гривень, то підвищення його ціни на 30% (до 130 гривень) змусить споживача відмовитись від його споживання і знайти альтернативний варіант;

- споживач у безвихідному становищі. Якщо у вас в дорозі закінчився бензин, то і діставшись до найближчої станції, не вагаючись придбаєте бензин за будь-якою ціною навіть високою.

Приклад. Задано функцію попиту $d = 5 - 0,5p$. Знайти еластичність попиту.

Розв'язання. Еластичність попиту дорівнює:

$$E_p(d) = \left| \frac{p}{5 - 0,5p} \cdot (-0,5) \right| = \left| \frac{p}{10 - p} \right|.$$

Якщо $p=2$, то $E_p(d)=0,25$. Це означає, що при збільшенні ціни на 1% попит спадає на 0,25%. Якщо $p=1$, то коефіцієнт еластичності дорівнює 1. Збільшення ціни з 5 до 5,05 призводить до зменшення попиту на 1%.

Відповідно до того, яке значення має коефіцієнт еластичності розрізняють п'ять видів попиту за рівнем еластичності:

$ E_p > 1$	<p>Попит еластичний</p> <p><i>зміна в обсязі споживання перевищує зміну в ціні.</i></p> <p>Ціна автомобіля зросла на 15%, а попит на них зменшується на 40%.</p>
$ E_p < 1$	<p>Попит не еластичний</p> <p><i>покупці слабо реагують на зміну ціни.</i></p> <p>Ціна на хліб збільшилась на 20%, а попит зменшився на 5%.</p>

$ E_p =1$	<p>Попит одиничної еластичності</p> <p><i>зміна в споживанні відбувається в тій же мірі, як і зміна в ціні.</i></p> <p>Ціни на фломастери зменшились на 20%, попит при цьому зріс теж на 20%.</p>
$ E_p >0$	<p>Попит абсолютно не еластичний</p> <p><i>покупці зовсім не реагують на зміни в ціні.</i></p> <p>Зростання ціни на інсулін на 50% не впливає на зменшення попиту на нього.</p>
$ E_p >\infty$	<p>Попит абсолютно еластичний</p> <p><i>змінюється обсяг споживання без змін у ціні.</i></p> <p>Спостерігається на товари, у яких є велика кількість товарів-замінників.</p>

3. Еластичність пропозиції.

Означення. *Еластичність пропозиції* – це міра реакції продавців ціні їх товару.

Якщо процент зміни ціни викликає невеликий процент зміни пропозиції, то пропозиція вважається *нееластичною*. І навпаки, якщо незначний процент зміни ціни викликає значний процент зміни пропозиції, то пропозиція є *еластичною*. Зрозуміло, що еластичність пропозиції для різних товарів є різною.

Наприклад, ціни на послуги перукарів зросли удвічі, тобто на 100%. Реагуючи на таку зі ціни, перукарня продовжила час роботи і найняла нових перукарів. Обсяг послуг збільшивсь 125%. Це приклад еластичної пропозиції.

На ринку зерна відбувся стрибок цін удвічі (на 100%). Але фермери, які поставляють зерно на товарну біржу, не можуть відповідно зреагувати на зміну ціни і збільшити кількість зібраного зерна. Для збільшення пропозиції зерна вони лише у наступному сезоні зможуть збільш посівні площі або застосувати нові технології, які збільшать урожай. Отже, у цьому випадку пропозиція зерна попри зростання ціни залишиться без змін або ж матиме

незначні зміни в межах тих запасів, які були заздалегідь сформовані фермерами.

Існує загальне правило: товари і послуги, для збільшення пропозиції яких потрібно багато часу, підвищення кваліфікації працівників або технологічні зміни, загалом виявляють нееластичну пропозицію.

Зміну еластичності пропозиції характеризує коефіцієнт еластичності пропозиції за цін Варто додати, що на відміну від коефіцієнту еластичності попиту, коефіцієнт еластичності пропозиції є додатною величиною. Коефіцієнт еластичності пропозиції показує, на скільки відсотків зміниться пропозиція при зміні ціни на 1%. Визначається за формулою:

$$E_s = \left| \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_2} \right|,$$

де Q_1, Q_2 – попередній і наступний обсяги пропозиції; P_1, P_2 – попередній і наступний рівень ціни даного товару.

Для знаходження еластичності пропозиції, що задається функцією $S(p)$ можна скористуватися формулою:

$$E_p(s) = \left| \frac{p}{s(p)} \cdot s'(p) \right|.$$

Приклад. Нехай функція пропозиції на товар, який випускає деяка фірма, змодельована залежністю $s(q) = -q_0 e^{-kp^2}$, де q_0 і k – відомі величини. Визначити, за якої ціни p пропозиція буде еластичною.

Розв'язання. Обчислимо еластичність пропозиції:

$$E_p(s) = \frac{p}{s} \cdot s' = \frac{2kpq_0 e^{-kp^2}}{q_0 e^{-kp^2}} \cdot p = 2kp^2$$

Аби пропозиція була еластичною, необхідно, щоб виконувалася нерівність $2kp^2 > 1$. Отже, $p > \frac{1}{\sqrt{2k}}$.