Тема №9: Неперервність та розриви функцій.

1. Неперервною в точці x_0 називається функція, якщо:

а) границя справа $\lim\limits_{x \to x_0+0} f(x)$ дорівнює границі зліва $\lim\limits_{x \to x_0-0} f(x)$;

б) границя дорівнює значенню функції в цій точці;

в) границя справа $\lim\limits_{x \to x_0+0} f(x)$ дорівнює границі зліва $\lim\limits_{x \to x_0-0} f(x)$ та значенню функції в цій точці;

г) якщо функція не має розриву.

2. Якщо дві функції $f_1(x)$ та $f_2(x)$ неперервні на проміжку $(a;b)$,

а) то їх алгебраїчна сума $f_1(x) \pm f_2(x)$ також буде неперервною функцією, тобто $f_3(x) = f_1(x) \pm f_2(x)$;

б) то їх різниця $f_1(x) - f_2(x)$ також буде неперервною функцією на цьому ж відрізку, тобто $f_3(x) = f_1(x) - f_2(x)$ − неперервна на $(a;b)$;

в) то їх алгебраїчна сума $f_1(x) + f_2(x)$ також буде неперервною функцією на цьому ж відрізку, тобто $f_3(x) = f_1(x) + f_2(x)$ − неперервна на $(a;b)$;

г) то їх алгебраїчна сума $f_1(x) \pm f_2(x)$ також буде неперервною функцією на цьому ж відрізку, тобто $f_3(x) = f_1(x) \pm f_2(x)$ − неперервна на $[a;b]$.

3. Якщо дві функції $f_1(x)$ та $f_2(x)$ неперервні на проміжку $(a;b)$,

а) то добуток неперервних на $(a;b)$ функцій є розривною функцією на цьому ж інтервалі, якщо $f_1(x)$ та $f_2(x)$ − неперервні на $(a;b)$;

б) то добуток неперервних на $(a;b)$ функцій є неперервною функцією на цьому ж інтервалі, якщо $f_1(x)$ та $f_2(x)$ − неперервні на $(a;b)$;

в) то відношення неперервних на $(a;b)$ функцій є розривною функцією на цьому ж інтервалі, якщо $f_1(x)$ та $f_2(x)$ − неперервні на $(a;b)$;

г) відношення неперервних на $(a;b)$ функцій є неперервною функцією на $(a;b)$.

4. Якщо $y = f(x)$ задана на (a,b) і має на відрізку найбільше y_2 та найменше y_1 значення, то для будь-якого значення y_3 за умови $y_1 < y_3 < y_2$ завжди знайдеться точка c, для якої $y_3 = f(c)$. Це теорема :

а) теорема Коші;

б) теорема Больцано;

в) теорема Вейерштрасса;

г) теорема про обмеження функцій.

5. Якщо $y = f(x)$ задана на $[a;b]$ і на кінцях відрізка приймає різні по знаку значення, то на $[a;b]$ завжди знайдеться хоч одна точка c для якої $f(c) = 0$.

а) теорема Коші;

б) теорема Больцано;

в) теорема Вейерштрасса;

г) теорема про обмеження функцій.

6. Якщо $y = f(x)$ визначена на $[a;b]$, то вона обмежена на цьому відрізку. Це означає, що існують такі числа m і M,що $m \le f(x) \le M$ при $x \in [a;b]$. Більше того, для такої функції на $[a;b]$ завжди існують точні значення верхньої та нижньої границі.

а) теорема Коші;

б) теорема Больцано;

в) теорема Вейерштрасса;

г) теорема про обмеження функцій.

7. Якщо $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x) \ne \lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x)$, тобто $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x) = y_1$ і $\lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x) = y_2$, то існує різниця $y_2 - y_1 = \Delta y \ne 0$, то маємо:

а) розрив другого роду; б) неусувний розрив першого роду;

в) усувний розрив першого роду; г) скачок.

8. Якщо $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x) \ne f(x_0)$ і $\lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x) \ne f(x_0)$, але $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x)$, то маємо:

а) розрив другого роду; б) неусувний розрив першого роду;

в) усувний розрив першого роду; г) скачок.

9. Якщо величина скачка функції не існує або безмежна, тобто $\lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x)$ або $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x)$, то маємо:

а) розрив другого роду; б) неусувний розрив першого роду;

в) усувний розрив першого роду; г) скачок.

Примітка: Необхідно виділити правильну відповідь. Правильних відповідей може бути декілька.