

Тема №5: Пряма і площина в просторі.

1. Загальний вигляд рівняння площини має вигляд:

а) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) + D = 0$;

б) $Ax + By + Cz + D = 0$;

в) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$;

г) $Ax + By + Cz = 0$.

2. Рівняння площини, що проходить через три точки можна подати у вигляді:

а)
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 1$$
;

в)
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$
;

б)
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \end{vmatrix} = 0$$
;

г)
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} \neq 0$$
.

3. Якщо задано дві площини α_1 та α_2 рівняннями $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ та $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, кут між площинами дорівнює:

а) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 \cdot B_1^2 \cdot C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 \cdot B_2^2 \cdot C_2^2}}$;

в) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1 + B_1 + C_1} \cdot \sqrt{A_2 + B_2 + C_2}}$;

б) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} + \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$;

г) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$.

4. Якщо площини α_1 та α_2 перпендикулярні, то

а) скалярний добуток їхніх нормальних векторів дорівнює нулю;

б) скалярний добуток їхніх нормальних векторів не дорівнює нулю;

в) виконується рівність $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$;

г) виконується рівність $A_1A_2 = B_1B_2 = C_1C_2$.

5. Якщо площини α_1 та α_2 паралельні, то

а) координати їхніх нормальних векторів пропорційні;

б) скалярний добуток їхніх нормальних векторів дорівнює нулю;

в) виконується рівність $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$;

г) виконується рівність $A_1A_2 = B_1B_2 = C_1C_2$.

6. Якщо задане рівняння $Ax + By + Cz + D = 0$ площини α і точка $M(x_0; y_0; z_0)$, що не лежить на цій площині, то відстань d від точки M до площини α знаходиться за формулою:

$$\text{а) } d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0|}{\sqrt{A^2 + B^2}};$$

$$\text{в) } d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2}};$$

$$\text{б) } d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$\text{г) } d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

7. Нехай маємо точки $A(x_1; y_1; z_1)$ та $B(x_2; y_2; z_2)$, тоді відстань між цими точками можна обчислити за формулою:

$$\text{а) } AB = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + (z_2 - z_1)};$$

$$\text{б) } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2};$$

$$\text{в) } AB = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2 + (z_2 + z_1)^2};$$

$$\text{г) } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 \cdot (y_2 - y_1)^2 \cdot (z_2 - z_1)^2}.$$

8. Нехай в просторі в прямокутній системі координат задано пряму точкою $M(x_0; y_0; z_0)$ і напрямним вектором $\vec{s}(m; n; p)$, тоді канонічне рівняння прямої в просторі:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}$$

9. Нехай в просторі в прямокутній системі координат задано пряму двома точками $A(x_1; y_1; z_1)$ та $B(x_2; y_2; z_2)$, тоді рівняння прямої матиме вигляд:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

10. Нехай прямі a і b задано рівняннями: $\frac{x - x_1}{a_x} = \frac{y - y_1}{a_y} = \frac{z - z_1}{a_z}$ і

$\frac{x - x_1}{b_x} = \frac{y - y_1}{b_y} = \frac{z - z_1}{b_z}$. Кут між цими прямими дорівнює

а) куту між їхніми напрямленими векторами $\vec{s}_1(a_x; a_y; a_z)$ та $\vec{s}_2(b_x; b_y; b_z)$;

б) косинус кута між прямими: $\cos A = \frac{a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{\mathbf{e}_x^2 + \mathbf{e}_y^2 + \mathbf{e}_z^2}}$;

в) куту між їхніми напрямленими висотами;

г) тангенс кута між прямими: $\operatorname{tg} A = \frac{a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{\mathbf{e}_x^2 + \mathbf{e}_y^2 + \mathbf{e}_z^2}}$.

Примітка: Необхідно виділити правильну відповідь. Правильних відповідей може бути декілька.