Тема №16: Визначений інтеграл. Геометричне застосування визначеного інтегралу.

1. Визначеним інтегралом називається:

а) границя похідних функції $f(x)$ на відрізку $[a;b]$ від $f(x)$ в межах від a до b та позначається $\int f(x)dx$;

б) границя інтегральних сум функції $f(x)$ на відрізку $[a;b]$ від $f(x)$ в межах від a до b та позначається $\int f(x)dx$;

в) граничне відношення інтегральних сум функції $f(x)$ на відрізку $[a;b]$ від $f(x)$ в межах від a до b та позначається $\int f(x)dx$;

г) невизначений інтеграл з певними межами.

2. Щоб обчислити визначений інтеграл, необхідно

а) не звертаючи уваги на межі інтегрування, обчислити невизначений інтеграл $\int f(x)dx = F(x)+C,$ після чого обчислити значення первісної в точках $x=b$ та $x=a$ і знайти різницю між ними $F(b)-F(a).$

б) обчислити невизначений інтеграл $\int f(x)dx = F(x)+C,$ після чого обчислити значення первісної в точках $x=b$ та $x=a$ і знайти різницю між ними $F(a)-F(b).$

в) обчислити невизначений інтеграл $\int f(x)dx = F(x)+C$ звернувши увагу на межі інтегрування.

г) не звертаючи уваги на межі інтегрування, знайти похідну, після чого обчислити значення похідної в точках $x=b$ та $x=a$ і знайти різницю між ними.

3. Якщо точка b наближається до точки a, то

а) $\int_a^a f(x)dx = 0,$ б) $\int_a^a f(x)dx = a,$ в) $\int_a^a f(x)dx \le 0,$ г) $\int_a^a f(x)dx \ge 0$.

4. Заміна місцями в інтегралі верхньої та нижньої границь

а) є операцією зміною порядку інтегрування

в) залишає інтеграл без зміни;

в) змінює знак інтеграла;

г) є неможливою.

5. Виберіть правильну рівність:

а) $F(b)-F(a)=F(c)-F(a)+F(b)-F(c)=F(b)-F(a)$;

б) $\int_a^a f(x)dx = a,$

в) $\int_a^b k\cdot f(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$;

г) $\int_a^b k \cdot f(x)dx = k\int_0^b f(x)dx$.

6. Якщо плоска фігура обмежена двома неперервними кривими, рівняння яких у прямокутних координатах $y = f_1(x)$ і $y = f_2(x)$, при чому скрізь на відрізку $[a;b]$, $f_2(x) \geq f_1(x)$, то площа визначається за формулою:

а) $S = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x))dx$;

б) $S = \int_a^b (f_2(a) - f_1(b))dx$;

в) $S = \int_0^\infty (f_2(x) - f_1(x))dx$;

г) $S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x))dx$.

7. Довжина дуги плоскої кривої, що визначена в прямокутних координатах рівнянням $y = f(x)$, знаходиться за формулою:

а) $l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$;

б) $l = \int_a^b \sqrt{1 + (f(x))^2}\, dx$;

в) $l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))} dx$;

г) $l = \int_a^b \sqrt{1 - (f'(x))^2}\, dx$;

8. Об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Ox криволінійної трапеції, що обмежена неперервною кривою, рівняння якої $y = f(x)$, віссю Ox та прямими $x = b$ та $x = a$, обчислюють за формулою:

а) $V_{0x} = \pi \int_a^b f(x)dx$;

б) $V_{0x} = \pi \int_a^b f^2(x)dx$;

в) $V_{0y} = \pi \int_a^b xydx$;

г) $V_{0y} = 2\pi \int_a^b xydx$.

Примітка: Необхідно виділити правильну відповідь. Правильних відповідей може бути декілька.