

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №7.

Тема: Криві лінії другого порядку.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д 1 : Визначити центр і радіус кола, яке задано рівнянням:
 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$.

Розв'язання:

Так як в заданому рівнянні коефіцієнт при x^2 та y^2 рівні між собою і відсутній член з добутком координат, то задане рівняння є рівнянням кола. Зведемо його до вигляду: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$, виділивши повний квадрат: $(x - 1)^2 - 1 + (y + 2)^2 - 4 - 20 = 0$, звідси $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$.

Можна зробити висновок, що задане рівняння визначає коло, цент якого має координати $C(1; -2)$ і радіусом 5 од.

П р и к л а д 2 : Знайти довжину осей, координати фокусів і ексцентриситет еліпса $4x^2 + 9y^2 = 144$.

Розв'язання:

Приведемо це рівняння до канонічного виду: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Розділивши обидві частини заданого рівняння на 144 , одержимо: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Звідки одержуємо, що $a = 6$, $b = 4$. Тоді $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. Координати фокусів будуть $F_1(2\sqrt{5}; 0)$ і $F_2(-2\sqrt{5}; 0)$.

Ексцентриситет еліпса $\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

П р и к л а д 3 : Скласти рівняння параболи, симетричної відносно осі Ox , що проходить через точку $M(1; -4)$ і початок координат.

Розв'язання:

Канонічне рівняння параболи, симетрична відносно осі Ox , вершина якої знаходиться в початку координат є $y^2 = 2px$. Так як парабола проходить через точку $M(1; -4)$, то координати точки M повинні задовольняти рівняння $y^2 = 2px$, тобто $(-4)^2 = 2p \cdot 1 \Rightarrow p = 8$. Звідси $y^2 = 16x$.

П р и к л а д 4 : Скласти рівняння гіперболи, в якій ексцентриситет $\varepsilon = \frac{5}{4}$, а уявна вісь $b = 3$. Знайти асимптоти та директриси гіперболи.

Розв'язання:

Оскільки ексцентриситет $\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$, то $c = a\varepsilon = \frac{5}{4}a$, і тому з рівності

$c^2 = a^2 + b^2$ отримаємо $\left(\frac{5}{4}a\right)^2 = a^2 + 3^2 \Rightarrow a = 4$.

Отже, шукане рівняння гіперболи є таким: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Асимптотами цієї гіперболи є прямі $y = \frac{3}{4}x$, а директрисами – $x = \pm \frac{4}{5} = \pm \frac{16}{5}$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

- 2.21.** Скласти рівняння кола з центром в точці $C(2; -3)$ і радіусом 6 од.
- 2.22.** Скласти рівняння кола, що проходить через точку $M(2; 6)$ і його центр співпадає з точкою $C(-1; 2)$.
- 2.23.** Скласти рівняння кола, що проходить через точки $A(-1; 1)$ і $B(1; -3)$, якщо центр лежить на прямій $2x - y + 1 = 0$.
- 2.24.** Скласти рівняння кола, що проходить через три точки $A(-1; 5)$, $B(-2; 2)$ і $C(5; 5)$.
- 2.25.** Скласти рівняння кола, якщо точки $A(3; 2)$ і $B(-1; 6)$ є кінцями одного з діаметрів.
- 2.26.** Скласти рівняння еліпса, фокуси якого розміщені на осі абсцис симетрично початку координат. Знаючи, що:
- 1) його велика вісь дорівнює 10 одиниць, а відстань між фокусами $2c = 8$;
 - 2) його мала вісь дорівнює 24 одиниць, а відстань між фокусами $2c = 10$;
 - 3) відстань між фокусами $2c = 6$ і ексцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{5}$;
 - 4) його велика вісь дорівнює 20 одиниць, а ексцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{5}$;
 - 5) його мала вісь дорівнює 10 одиниць, а ексцентриситет $\varepsilon = \frac{12}{13}$.
- 2.27.** Скласти рівняння гіперболи, фокуси якого розміщені на осі абсцис симетрично початку координат. Знаючи, що:
- 1) відстань між фокусами $2c = 10$ і вісь $2a = 8$;
 - 2) відстань між фокусами $2c = 6$ і ексцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{2}$;
 - 3) вісь $2a = 16$ і ексцентриситет $\varepsilon = \frac{5}{4}$;
 - 4) рівняння асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$ і відстань між фокусами $2c = 20$;
 - 5) точки $A(6; -1)$ і $B(-8; 2\sqrt{2})$ знаходяться на гіперболі.
- 2.28.** Скласти рівняння параболи, вершина якої знаходиться в початку координат. Знаючи, що:
- 1) парабола розміщена симетрично осі Ox і проходить через точку $M(9; 6)$;
 - 2) парабола розміщена симетрично осі Ox і проходить через точку $P(-1; 3)$;
 - 3) парабола розміщена симетрично осі Oy і проходить через точку $A(1; 1)$;
 - 3) парабола розміщена симетрично осі Oy і проходить через точку $K(4; -8)$.

2.29. Визначити, яка крива задається рівнянням та визначити її основні параметри: $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$.

2.30. Визначити, яка крива задається рівнянням та визначити її основні параметри: $x^2 + 4y^2 + 10x + 8y + 28 = 0$.

Індивідуальне завдання

1. Скласти рівняння еліпса, фокуси якого розміщені на осі абсцис симетрично початку координат, знаючи, що відстань між фокусами $2c = 2n$ і ексцентриситет $\varepsilon = \frac{n}{20}$.

2. Скласти рівняння гіперболи, фокуси якого розміщені на осі абсцис симетрично початку координат, знаючи, що відстань між фокусами $2c = 2n$ і ексцентриситет $\varepsilon = \frac{3n}{2}$.

3. Скласти рівняння параболи, симетричної відносно осі Ox , що проходить через точку $M(n; -2n)$ і початок координат.

У вказаних завданнях n – остання цифра номера студента за списком.

Теми рефератів

1. Поверхні другого порядку: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди, параболоїди.

2. Поверхні другого порядку: циліндричні та конічні поверхні, поверхні обертання.