

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 26.

Тема: Однорідні диференційні рівняння.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д: Розв'язати диференціальне рівняння: $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} x$.

Розв'язання:

Дане рівняння є однорідним, тому скористаємося заміною $y = xu$, тоді похідна $y' = u + xu'$. Підставимо покладену заміну у задане рівняння:

$$u + xu' = \frac{xu}{x} + \operatorname{tg} \frac{xu}{x}, \text{ або } u + xu' = u + \operatorname{tgu};$$

$\operatorname{ctg} u \, du = \frac{dx}{x}$ – рівняння є диференційним з відокремленими змінними.

Інтегруючи обидві частини рівняння одержимо:

$$\ln|\sin u| = \ln|x| + \ln C;$$

$$\ln|\sin u| = \ln|Cx|;$$

$$\sin u = Cx \Rightarrow u = \arcsin(Cx).$$

Так як $y = xu$, то $y = x \arcsin(Cx)$ – загальний розв'язок рівняння.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Розв'язати диференціальні рівняння:

7.21. $(x + y)dx - (x - y)dy = 0$;

7.22. $x dx - y dy = y dy$;

7.23. $(x^2 + xy + y^2)dx = x^2 dy$;

7.24. $xy' = y + \sqrt{y^2 - x^2}$;

7.25. $xy' = y \ln \frac{y}{x}$;

7.26. $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$;

7.27. $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$;

7.28. $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$;

7.29. $xy' - y = \sqrt{y^2 + x^2}$;

7.30. $y^2 + x^2 y' = xy y'$.

Індивідуальне завдання

Розв'язати диференціальне рівняння:

$$(x^n + y^n)dx - (x^n - y^n)dy = 0, \text{ де } n - \text{ номер студента за списком.}$$

Теми рефератів

1. Розв'язування фізичних задач за допомогою диференційних рівнянь.
2. Теорема Коші про існування та єдність розв'язку диференціального рівняння першого порядку.