ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 25.

Тема: Рівняння з відокремлюваними змінними.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д: Розв'язати диференціальні рівняння:

а) $xdx + ydy = 0$; б) $\sqrt{x}y' = y^2x^3$.

Розв'язання:

а) $xdx + ydy = 0$.

В заданому рівнянні змінні відокремлені. Інтегруючи обидві частини рівняння одержимо: $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{C}{2}$, або $x^2 + y^2 = C$ – загальний розв'язок рівняння.

б) $\sqrt{x}y' = y^2x^3$.

Так як $y' = \frac{dx}{dy}$, то рівняння набуватиме виду: $\sqrt{x}\frac{dx}{dy} = y^2x^3$.

Відокремимо змінні, помноживши ліву та праву частину виразу на $\frac{dy}{x^3}$, тобто:

$$\frac{\sqrt{x}}{x^3}dx = y^2dy,$$

Дане рівняння є рівнянням з відокремленими змінними: $x^{-\frac{5}{2}}dx = y^2dy$. Інтегруючи обидві частини рівняння одержимо:

$\int x^{-\frac{5}{2}}dx = \int y^2dy$,

$\frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} + C = \frac{y^3}{3} \Rightarrow y = \sqrt[3]{C - \frac{2}{x\sqrt{x}}}$ – загальний розв'язок рівняння.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Знайти загальний розв'язок диференціальних рівнянь:

7.1. $y' = e^{-2x}$; **7.2.** $y' = sin5x$;

7.3. $y' = \frac{1}{x^2+4}$; **7.4.** $y' = \frac{1}{sin^2 2x}$;

7.5. $\frac{dx}{x^2} = \frac{dy}{y^2}$ **7.6.** $y' = e^{x+y}$

7.7. $y' = \sqrt[3]{x^5y^2}$; **7.8.** $y' = y\sqrt[4]{xy}$;

7.9. $\sqrt{x^3}y' = y^2x$; **7.10.** $\sqrt[3]{x}y' = y^2$;

7.11. $\sqrt{xy}y' = y^2$; **7.12.** $y' = y\sqrt[5]{x^3y^2}$;

7.13. $y' = y\sqrt[3]{xy^2}$ **7.14.** $\sqrt[3]{x}y' = \sqrt[4]{y}x$

7.15. $y' = y\sqrt[4]{x^3 y}$;

7.16. $y' = \sqrt[3]{x^8 y}$;

7.17. $x\sqrt{1+y^2}\,dx + y\sqrt{1+x^2}\,dy + 0$;

7.18. $xyy' = 1 - x^2$;

7.19. $y' = 10^{2x+y}$;

7.20. $y' = (2y+1)ctgx$.

Індивідуальне завдання

Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння:

а) $y' = \dfrac{x^n}{e^{2n-3y}}$;

б) $\sqrt[n]{x}\,y' = y^{n-2}$;

де n – номер студента за списком.

Теми рефератів

1. Геометричний зміст диференціального рівняння першого порядку.
2. Частинний і загальний розв'язок диференціального рівняння першого