ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 20.

Тема: Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д: Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int\left(5x^3-\frac{1}{4}x^4+2x-1\right)dx$; б) $\int(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^5}-\frac{7}{x^3})dx$; в) $\int\cos(9x-4)dx$;

г) $\int\frac{\ln x}{x}dx$; д) $\int\ln x\cdot dx$.

Розв'язання:

Для знаходження невизначеного інтегралу користуємося таблицею інтегралів (Табл. 2 додатку).

а) $\int\left(5x^3-\frac{1}{4}x^4+2x-1\right)dx=5\int x^3dx-\frac{1}{4}\int x^4dx+2\int xdx-\int dx=$

$=\frac{5x^{3+1}}{3+1}-\frac{x^{4+1}}{4(4+1)}+\frac{2x^{1+1}}{1+1}-x+C=\frac{5x^4}{4}-\frac{x^5}{20}+x^2-x+C.$

б) $\int(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^5}-\frac{7}{x^3})dx=\int\sqrt{x}dx+\int\sqrt[3]{x^5}dx-\int\frac{7}{x^3}dx=\int x^{\frac{1}{2}}dx+\int x^{\frac{5}{3}}dx-7\int x^{-3}dx=$

$=\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+\frac{x^{\frac{5}{3}+1}}{\frac{5}{3}+1}-7\int x^{-3}dx=\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+\frac{x^{\frac{5}{3}+1}}{\frac{5}{3}+1}-7\cdot\frac{x^{-3+1}}{-3+1}+C=\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+\frac{x^{\frac{8}{3}}}{\frac{8}{3}}-7\frac{x^{-2}}{-2}+C=$

$7\cdot\frac{x^{-2}}{-2}+C=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{x^3}+\frac{3}{8}\cdot\sqrt[3]{x^8}+\frac{7}{2}\cdot\frac{1}{x^2}+C.$

в) $\int\cos(9x-4)dx=\left|\begin{matrix}9x-4=t\\9dx=dt\\dx=\frac{1}{9}dt\end{matrix}\right|=\int\cos t\cdot\frac{1}{9}dt=\frac{1}{9}\int\cos t\cdot dt=\frac{1}{9}\sin t+C=$

$=\frac{1}{9}\sin(9x-4)+C.$

(В даному випадку користувалися заміною змінної).

г) $\int\frac{\ln x}{x}dx=\left|\ln x=t\Rightarrow\frac{dx}{x}=dt\right|\Rightarrow\int t\cdot dt=\frac{1}{2}t^2+C=\frac{1}{2}\ln^2 x+C.$

(В даному випадку користувалися заміною змінної).

д)

$\int\ln xdx=\left|\begin{matrix}\ln x=u;\frac{dx}{x}=du\\dx=dv;x=v\end{matrix}\right|=x\ln x-\int x\cdot\frac{1}{x}\cdot dx=x\ln x-\int dx+C=x\cdot\ln x-x+C.$

(В даному випадку користувалися формулою інтегрування частинами: $\int u\cdot dv=u\cdot v-\int v\cdot du.$*)*

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Знайти невизначені інтеграли:

6.1. $\int(10x^2+2x+\frac{3}{x})dx$;

6.2. $\int(10x+\frac{1}{7}+\cos x)dx$;

6.3. $\int(\frac{1}{5}x+5+\cos x)dx$;

6.4. $\int(10x^5-x+\frac{3}{x})dx$;

6.5. $\int\left(2x^7-\frac{1}{6}x^6-2\right)dx$;

6.6. $\int\left(4x^2-7x+2\right)dx$;

6.7. $\int(3x^2+4x+\frac{5}{x})dx$;

6.8. $\int(10x^4+12x+\sin x)dx$;

6.9. $\int(4x^3+2x^2+\frac{1}{x})dx$;

6.10. $\int(\frac{1}{3}x^2+3x+\frac{4}{x})dx$;

6.11. $\int(\sqrt[4]{x}-\frac{1}{\sqrt[4]{x^{11}}})dx$;

6.12. $\int(7x^2+\frac{1}{\sqrt[9]{x^5}}+6)dx$;

6.13. $\int(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt[4]{x^5}})dx$;

6.14. $\int(\sqrt[7]{x}-\frac{1}{\sqrt[4]{x^7}})dx$;

6.15. $\int(\sqrt[9]{x}-\frac{1}{\sqrt[7]{x^{12}}})dx$;

6.16. $\int(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt[5]{x^6}})dx$;

6.17. $\int(\sqrt[11]{x}-\frac{1}{\sqrt[6]{x^5}})dx$;

6.18. $\int\left(3\sqrt[3]{x^2}+\frac{2}{x^4}+1\right)dx$;

6.19. $\int\left(4\sqrt[7]{x^8}+\frac{1}{3x^3}+2\right)dx$;

6.20. $\int(\sqrt[7]{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}-2x)dx$.

Знайти невизначені інтеграли, користуючись заміною змінних:

6.21. $\int\cos(4x+1)dx$;

6.22. $\int\frac{dx}{1-3x}$;

6.23. $\int e^{6-4x}dx$;

6.24. $\int 4^{\frac{x}{4}+1}dx$;

6.25. $\int\frac{dx}{\sin^2(3-4x)}$;

6.26. $\int\frac{dx}{(3-4x)^2+1}$;

6.27. $\int cos(8x+3)dx$;

6.28. $\int\frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}}$;

6.29. $\int\frac{dx}{\sin^2\frac{x}{3}}$;

6.30. $\int\frac{dx}{3-8x}$;

6.31. $\int\frac{x^4}{x^5+1}dx$;

6.32. $\int\frac{e^x}{e^{2x}+1}dx$;

6.33. $\int x^2\sqrt{x^3-4}dx$;

6.34. $\int\frac{1}{x\ln x}dx$;

6.35. $\int \frac{e^x}{e^x+1}dx$;

6.36. $\int \frac{\ln^2 x}{x}dx$;

6.37. $\int \frac{1}{x\ln^2 x}dx$;

6.38. $\int \frac{x^3}{x^4+1}dx$;

6.39. $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}}dx$;

6.40. $\int \frac{\ln x}{x}dx$.

Знайти невизначені інтеграли, користуючись формулою інтегрування частинами.

6.41. $\int xe^x dx$;

6.42. $\int x^2 \ln x dx$;

6.43. $\int (x-2)cosxdx$;

6.44. $\int (6+x)sinxdx$;

6.45. $\int \sqrt{x}\ln x dx$;

6.46. $\int \frac{\ln x}{x^2}dx$;

6.47. $\int \frac{x}{\sin^2 x}dx$;

6.48. $\int x^2 cosxdx$;

6.49. $\int (x+3)^2 e^{2x}dx$;

6.50. $\int (4-x)^2 sin5xdx$.

Індивідуальне завдання

Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int (5x^n + 2x^{n-1} + \frac{n}{x^n})dx$;

б) $\int (\sqrt[n]{x} - \frac{n-1}{\sqrt[3]{x^{n+3}}} + nx)dx$;

в) $\int \frac{(n-1)dx}{\sqrt[n+1]{x+n}}$;

г) $\int (n-x)^2 e^{\frac{x}{n}}dx$.

де n – номер студента за списком.

Теми рефератів

1. Первісна функції.
2. Геометричний зміст інтегрування.