

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №18.

Тема: Застосування функції двох змінних до знаходження наближеного значення функції.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д : Для функції $z = 2x^2y^2 - 4\sqrt{x+y} + x^5y$ обчислити наближене значення в точці $A(-0,97; 2,09)$ за допомогою диференціалу.

Розв'язання:

Наближене значення функції $z = 2x^2y^2 - 4\sqrt{x+y} + x^5y$ при $x = -0,97$, $y = 2,09$ обчислимо за формулою

$$z \approx z(x_0, y_0) + \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot \Delta y.$$

Нехай $x_0 = -1$, $y_0 = 2$, тоді:

$$\Delta x = x - x_0 = -0,97 - (-1) = 0,03; \quad \Delta y = y - y_0 = 2,09 - 2 = 0,09.$$

Обчислимо значення функції в точці A_0 з координатами $x_0 = -1$, $y_0 = 2$:

$$z(x_0; y_0) = 2 \cdot (-1)^2 \cdot 2^2 - 4\sqrt{-1+2} + (-1)^5 \cdot 2 = 8 - 4 - 2 = 2.$$

Обчислимо частинні похідні функції в точці A_0 :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 4xy^2 - \frac{4}{2\sqrt{x+y}} + 5x^4y = 4xy^2 - \frac{2}{\sqrt{x+y}} + 5x^4y;$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{A(-1;2)} = 4 \cdot (-1) \cdot 2^2 - \frac{2}{\sqrt{-1+2}} + 5 \cdot (-1)^4 \cdot 2 = -16 - 2 + 10 = -8;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 4x^2y - \frac{4}{2\sqrt{x+y}} + x^5 = 4x^2y - \frac{2}{\sqrt{x+y}} + x^5;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{A(-1;2)} = 4 \cdot (-1)^2 \cdot 2 - \frac{2}{\sqrt{-1+2}} + (-1)^5 = 8 - 2 - 1 = 5.$$

Тоді наближене значення функції:

$$z \approx z(x_0, y_0) + \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)} \cdot \Delta y = 2 + (-8) \cdot 0,03 + 5 \cdot 0,09 = 2,21.$$

Відповідь: $z \approx 2,21$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

5.55. Для функції $z = x^2 + y^2 + xy$ обчислити наближене значення в точці $A(1,02; 1,95)$ за допомогою диференціалу.

5.56. Для функції $z = 2x^2 + y^2 + 3xy$ обчислити наближене значення в точці $A(1,96; -1,03)$ за допомогою диференціалу.

5.57. Для функції $z = x^2 - 5y + 3xy$ обчислити наближене значення в точці $A(3,95; 1,03)$ за допомогою диференціалу.

5.58. Для функції $z = x^y$ обчислити наближене значення в точці $A(0,96; 1,01)$ за допомогою диференціалу.

5.59. Для функції $z = 4x - 5\sqrt{xy} + 2x^2y^3$ обчислити наближене значення в точці $A (-2,97; 1,04)$ за допомогою диференціалу.

5.60. Для функції $z = \ln(x + y)$ обчислити наближене значення в точці $A (-0,02; 1,05)$ за допомогою диференціалу.

5.61. Для функції $z = \sqrt[3]{y + x}$ обчислити наближене значення в точці $A (0,03; 125,01)$ за допомогою диференціалу.

5.62. Для функції $z = 4x^6y^3 - 2\sqrt{x} + 2xy$ обчислити наближене значення в точці $A (0,97; 1,01)$ за допомогою диференціалу.

5.63. Для функції $z = x^4y^2 - 3\sqrt{y} + 2xy$ обчислити наближене значення в точці $A (-0,99; 1,05)$ за допомогою диференціалу.

5.64. Для функції $z = 2x^2y^3 - 3\sqrt{x+3} + 2y$ обчислити наближене значення в точці $A (0,98; -1,04)$ за допомогою диференціалу.

5.65. Для функції $z = \cos(2x + y)$ обчислити за допомогою диференціалу наближене значення в точці $A (4^\circ; 92^\circ)$.

5.66. Для функції $z = \sin(2x + y)$ обчислити за допомогою диференціалу наближене значення в точці $A (47^\circ; 91^\circ)$.

5.67. Для функції $z = \sin(xy)$ обчислити за допомогою диференціалу наближене значення в точці $A (3^\circ; 32^\circ)$.

5.68. Для функції $z = \arcsin(x + xy)$ обчислити за допомогою диференціалу наближене значення в точці $A (0,03; 0,99)$.

5.69. Для функції $z = \arccos \frac{x}{y}$ обчислити за допомогою диференціалу наближене значення в точці $A (4,1; 4,2)$

5.70. Для функції $z = \operatorname{tg}(x + 2y)$ обчислити за допомогою диференціалу наближене значення в точці $A (29^\circ; 92^\circ)$.

Індивідуальне завдання

Для функції $z = 4x^{n-10}y - \frac{n}{x^{n-10}} + x\sqrt{y} + 2xy^3$ обчислити наближене значення в точці $A (-1,001n; 1+0,001n)$ за допомогою диференціалу (n – номер студента за списком).

Теми рефератів

1. Економічні задачі, що зводяться до використання функцій багатьох змінних.
2. Екстремум функції двох змінних.