

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №16.

Тема: Частинні похідні функції багатьох змінних.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д : Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$ і $\frac{\partial z}{\partial y}$ функцій:

а) $z = 4xy^3 + 2\sqrt{xy^2} + 7y$; б) $z = e^x \cdot \sqrt{y}$; в) $z = \frac{\sqrt{x^2 + 3y}}{\sin xy}$.

Розв'язання:

а) $z = 4xy^3 + 2\sqrt{xy^2} + 7y$;

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 4 \cdot 1 \cdot y^3 + 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot y^2 + 0 = 4y^3 + \frac{y^2}{\sqrt{x}};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 4 \cdot x \cdot 3y^2 + 2\sqrt{x} \cdot 2y + 7 = 12xy^2 + 4y\sqrt{x} + 7.$$

б) $z = e^x \cdot \sqrt{y}$;

$$\frac{\partial z}{\partial x} = e^x \cdot \sqrt{y}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = e^x \cdot \frac{1}{2\sqrt{y}}.$$

в) $z = \frac{\sqrt{x^2 + 3y}}{\sin xy}$;

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 3y}} \cdot \sin xy - \sqrt{x^2 + 3y} \cdot y \cos xy}{\sin^2 xy} = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2 + 3y}} \cdot \sin xy - \sqrt{x^2 + 3y} \cdot y \cos xy}{\sin^2 xy};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\frac{3}{2\sqrt{x^2 + 3y}} \cdot \sin xy - \sqrt{x^2 + 3y} \cdot x \cos xy}{\sin^2 xy}.$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$ і $\frac{\partial z}{\partial y}$ функцій:

5.1. $z = 4x^3 y^2 - 12xy^3 - \sqrt{xy}$;

5.2. $z = x^3 y + 2x^2 y^2 - \sqrt{x + y}$;

5.3. $z = 3x^2 y^3 + 2x^3 y^2 + \sqrt{2x}$;

5.4. $z = 4x^4 y^3 + \frac{1}{2} x^3 y^2 + \sqrt{3 + y}$;

5.5. $z = x^4 y^3 + xy^2 + \cos x$;

5.6. $z = xy^3 + x^{10} y^2 + \sin x$;

5.7. $z = \ln y^3 + xy^2 + \sin 2x$;

5.8. $z = \ln^2 y + x^4 y^2 + \sin y^2$;

5.9. $z = 2 \log_2 x + 3\sqrt{xy^2} + 6y$;

5.10. $z = \log_3 y + 3xy^2 + 10x$;

5.11. $z = \sqrt{x} \cdot \sin y$;

5.12. $z = \sqrt{x + 2} \cdot \cos y$;

5.13. $z = \sqrt{x^2 - xy^5}$;

5.14. $z = \frac{x}{y}$;

5.15. $z = \frac{xy}{x^2 + y}$;

5.16. $z = \frac{\ln y}{x + 10}$;

5.17. $z = \frac{\ln y}{xy}$;

5.18. $z = \frac{\ln y}{\sqrt{x}}$;

5.19. $z = \frac{\cos x}{\sqrt{y}}$;

5.20. $z = \frac{\arccos x}{\sqrt{y}}$;

5.21. $z = e^{xy} \cdot \sqrt{2y}$;

5.22. $z = \frac{x^2 + 2e^x}{3y}$;

5.23. $z = \frac{x^2 + 2e^y}{4y}$;

5.24. $z = \frac{\ln y}{x + y}$;

5.25. $z = \sqrt{4x - 3} \cdot \sin^3 y$;

5.26. $z = \sqrt{2x} \cdot \cos y^3$;

5.27. $z = \frac{\arcsin x}{x + y}$;

5.28. $z = \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^3}$;

5.29. $z = \ln(xy) \cdot \sin(2x + 4y)$;

5.30. $z = 3xy^5 \cdot \log_3 y^5$.

Індивідуальне завдання

Знайти частинні похідні $\frac{\partial z}{\partial x}$ і $\frac{\partial z}{\partial y}$ функцій:

а) $z = 2x^n y^{n+2} - \frac{1}{ny} x^{2n} - 4y\sqrt{x}$;

б) $z = e^{nx} - \sqrt[n]{y}$;

в) $z = \operatorname{tg}(nx - 4y) \cdot \sqrt{x^3 + nx^2 - n}$;

г) $z = \frac{x^{2n} - (n - 2)x}{\sin^n y}$.

де n – остання цифра номера студента за списком.

Теми рефератів

1. Геометричний зміст частинних похідних.
2. Диференціювання неявної функції декількох змінних.