

## ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №12.

Тема: Основні правила та формули диференціювання.

### ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д : Знайти похідні вказаних функцій:

а)  $y = 4x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7$ ;      б)  $y = \sqrt[7]{x^3} + \frac{4}{5x^{13}}$ ;      в)  $y = \cos x \cdot \log_9 x$ ;  
г)  $y = \frac{\arcsin x}{\ln x}$ ;      д)  $y = \sqrt{\operatorname{tg}(x^3 - 4x)}$ .

*Розв'язання:*

Для знаходження похідних функцій користуємося таблицею похідних (Табл. 1 додатку).

а)  $y = 4x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7$ .

$$y' = 4 \cdot 3 \cdot x^{3-1} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x^{2-1} + 0 = 12x^2 - x;$$

б)  $y = \sqrt[7]{x^3} + \frac{4}{5x^{13}}$ .

Скористаємося властивостями степеня  $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ ,  $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$ , отримаємо:

$$y = \sqrt[7]{x^3} + \frac{4}{5x^{13}} = x^{\frac{3}{7}} + \frac{4}{5}x^{-13}.$$

Тоді похідна функції

$$y' = \frac{3}{7} \cdot x^{\frac{3}{7}-1} + \frac{4}{5} \cdot (-13) \cdot x^{-13-1} = \frac{3}{7}x^{-\frac{4}{7}} - \frac{52}{5}x^{-14} = \frac{3}{7\sqrt[7]{x^4}} - \frac{52}{5x^{14}}.$$

в)  $y = \cos x \cdot \log_9 x$ .

Скористаємося формулою похідної добутку:  $(uv)' = u'v + uv'$ , тоді

$$y' = (\cos x)' \cdot \log_9 x + \cos x \cdot (\log_9 x)' = -\sin x \cdot \log_9 x + \cos x \cdot \frac{1}{x \ln 9}$$

г)  $y = \frac{\arcsin x}{\ln x}$ .

Скористаємося формулою похідної частки:  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ , тоді

$$y = \frac{(\arcsin x)' \cdot \ln x - \arcsin x \cdot (\ln x)'}{\ln^2 x} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \ln x - \arcsin x \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2 x}.$$

д)  $y = \sqrt{\operatorname{tg}(x^3 - 4x)}$ . Враховуючи, що функція складена, то її похідна дорівнюватиме:  $y' = \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{tg}(x^3 - 4x)}} \cdot \frac{1}{\cos^2(x^3 - 4x)} \cdot (3x^2 - 4)$ .

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Знайти похідні вказаних функцій:

4.1.  $y = 4x^5 - \frac{1}{2}x^2 + 2$ ;

4.2.  $y = \frac{1}{4}x^8 - x^2 + \sqrt{x}$ ;

4.3.  $y = 4x^3 - x^2 + x$ ;

4.4.  $y = 4x^6 - x^7 + 3x$ ;

4.5.  $y = x^2 - \frac{1}{5}x^5$ ;

4.6.  $y = 2x^3 - \frac{1}{4}x^2 - 4$ ;

4.7.  $y = 4x^2 - 7x + 2$ ;

4.8.  $y = 2x^3 - x^2 + \frac{1}{x}$ ;

4.9.  $y = 2x^7 - \frac{1}{6}x^6 - 2$ ;

4.10.  $y = x^3 - \frac{1}{7}x^7$ ;

4.11.  $y = \sqrt[4]{x^3} + \frac{2}{x^3}$ ;

4.12.  $y = \sqrt[3]{x^5} + \frac{6}{x^3}$ ;

4.13.  $y = \sqrt[6]{x^5} + \frac{3}{x^6}$ ;

4.14.  $y = \sqrt[7]{x^6} + \frac{4}{x^7}$ ;

4.15.  $y = \sqrt[6]{x^7} + \frac{2}{x^6}$ ;

4.16.  $y = \sqrt[7]{x^8} + \frac{1}{3x^3}$ ;

4.17.  $y = \sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x^4}$ ;

4.18.  $y = \sqrt[5]{x^3} + \frac{6}{x^7}$ ;

4.19.  $y = \sqrt[8]{x^7} + \frac{9}{x^8}$ ;

4.20.  $y = \sqrt[5]{x^6} + \frac{3}{x^5}$ .

Знайти похідні функцій, користуючись формулою добутку:

4.21.  $y = e^x \cdot \sin x$ ;

4.22.  $y = e^x \cdot \sqrt[3]{x}$ ;

4.23.  $y = \cos x \cdot \ln x$ ;

4.24.  $y = \cos x \cdot \log_2 x$ ;

4.25.  $y = x \cdot \log_7 x$ ;

4.26.  $y = \arccos x \cdot \log_5 x$ ;

4.27.  $y = \sin x \cdot 3^x$ ;

4.28.  $y = \operatorname{ctgx} \cdot \sqrt{x}$ ;

4.29.  $y = \operatorname{tgx} \cdot \sqrt[3]{x}$ ;

4.30.  $y = e^x \cdot \ln x$ .

Знайти похідні функцій, користуючись формулою частки:

4.31.  $y = \frac{\sqrt{x}}{\operatorname{tgx}}$ ;

4.32.  $y = \frac{x^6 - 25}{\sqrt{x}}$ ;

4.33.  $y = \frac{\operatorname{arctgx}}{x}$ ;

4.34.  $y = \frac{\operatorname{tgx}}{\sqrt{x}}$ ;

4.35.  $y = \frac{x}{\ln x}$ ;

4.37.  $y = \frac{e^x}{\cos x}$ ;

4.39.  $y = \frac{5x}{\cos x}$ ;

4.36.  $y = \frac{x^2}{\sin x}$ ;

4.38.  $y = \frac{e^x - 5}{\arccos x}$ ;

4.40.  $y = \frac{4x^4 - 9x^2}{\sqrt{x}}$ .

Знайти похідні складених функцій:

4.41.  $y = 5^{\arcsin 4x}$ ;

4.43.  $y = \sqrt{\cos x}$ ;

4.45.  $y = \sqrt{e^{3x}}$ ;

4.47.  $y = \sqrt{4x^2 - 3}$ ;

4.49.  $y = \ln \sqrt{e^x}$ ;

4.51.  $y = \arctg^2 x$ ;

4.53.  $y = \cos^4(2x + 5)$ ;

4.55.  $y = \sin^2 \cos x$ ;

4.57.  $y = \frac{3}{\ln^6 2x}$ ;

4.59.  $y = \sqrt{\ln \arccos 2^x}$ ;

4.61.  $y = \sqrt[5]{\log_{12}(6x + 5)}$ ;

4.42.  $y = \sqrt{\ln 2^x}$ ;

4.44.  $y = \sqrt{\sin x}$ ;

4.46.  $y = \sqrt{x^2 - x}$ ;

4.48.  $y = \ln \sqrt{x}$ ;

4.50.  $y = 2^{\sin 4x}$ .

4.52.  $y = \ln^3 x$ ;

4.54.  $y = \ln \arctg x^5$ ;

4.56.  $y = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$ ;

4.58.  $y = \ln \arctg \sqrt{x^2 + 4}$ ;

4.60.  $y = \sin \sqrt{\ln 8^x}$ ;

4.62.  $y = 7^{\arctg(\arcsin x - 3)}$ .

Знайти похідні вказаних функцій:

4.63.  $y = \sqrt{\frac{x}{x+4}}$ ;

4.65.  $y = \frac{4x^4 - 9x^2}{\sqrt{x^3 - 6x - 9}}$ ;

4.67.  $y = \frac{(3x-2)^2(3x+2)}{\ln \sqrt{x-8}}$ ;

4.69.  $y = \frac{16x^2 - 20x - 15}{\sqrt[3]{x^3 - 4x}}$ ;

4.64.  $y = \sqrt{\frac{\ln^2 x - x}{4x}}$ ;

4.66.  $y = \frac{9x^2 - 16}{\sqrt{x^3 + x^2 - 2x + 4}}$ ;

4.68.  $y = \frac{25x^4 - 16}{\sqrt{3x^2 - 8x + 4}}$ ;

4.70.  $y = \frac{4x^6 - 25}{\sqrt{x^4 + 2x + 5}}$ .

### Індивідуальне завдання

Знайти похідні вказаних функцій:

а)  $y = 2x^n - \frac{1}{n}x^{2n} - 4n$ ;

б)  $y = \sqrt[n]{x^{n-1}} + \frac{6}{x^n} - nx$ ;

в)  $y = \operatorname{ctg}(nx - 4) \cdot \sqrt{x^2 + nx - n}$ ;

г)  $y = \frac{x^{2n} - (n-2)x}{\sin^n x}$ .

де  $n$  – остання цифра номера студента за списком.

### **Теми рефератів**

1. Означення похідної. Залежність між неперервністю та диференційованістю функцій.
2. Означення похідної. Застосування похідної до розв'язування економічних задач.