

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №11.

Тема: Неперервність та розриви функцій.

ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

П р и к л а д 1 : Дослідити на неперервність функцію і побудувати її графік:

$$y = \begin{cases} x + 3, & x < 1 \\ x - 1, & x \in [1; 2] \\ 4x - 7, & x > 2 \end{cases}$$

Розв'язання:

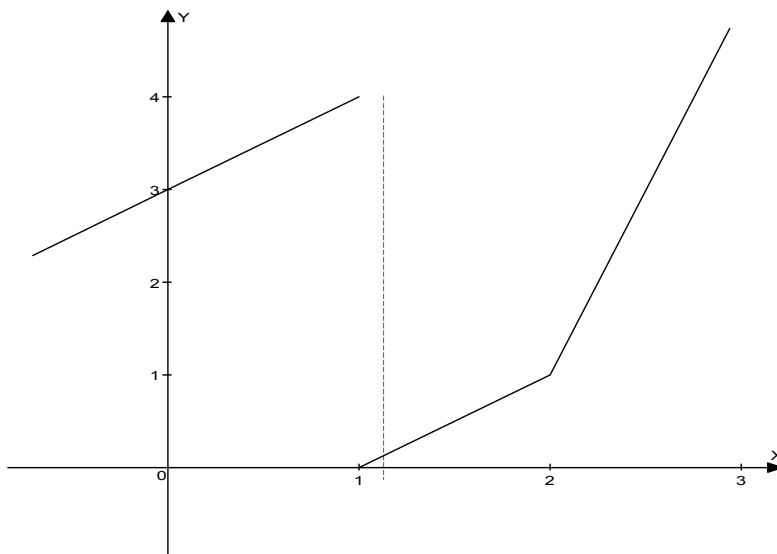
Зайдемо границі справа та зліва в точках $x = 1$ та $x = 2$.

$$\text{Для точки } x = 1: \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-0} (x + 3) = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+0} (x - 1) = 0.$$

Лівостороння та правостороння границі мають різні значення ($4 \neq 0$). Отже, функція має розрив у точці $x = 1$.

$$\text{Для точки } x = 2: \lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+0} (4x - 7) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-0} (x - 1) = 1.$$

Лівостороння та правостороння границі мають однакові значення ($1 = 1$). Отже, функція неперервна в точці $x = 2$.



П р и к л а д 2 : Дослідити на неперервність функцію і побудувати її графік:

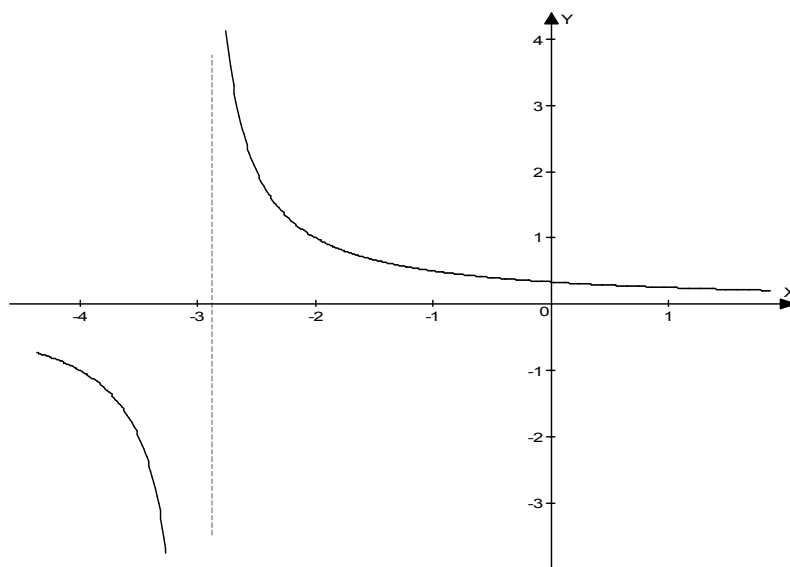
$$y = \frac{1}{3 + x}, \text{ при } x \in \mathbb{R}.$$

Розв'язання:

Так як $x \neq 3$, то знайдемо границі справа та зліва в точці розриву $x = 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+0} \left(\frac{1}{3 + x} \right) = \frac{1}{0} = \infty; \quad \lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-0} \left(\frac{1}{3 + x} \right) = \frac{1}{-0} = -\infty.$$

Отже, маємо розрив II роду.



ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Дослідити на неперервність функції та побудувати їх графіки:

$$3.105. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & x \in (0;1); \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3.106. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}x, & x \in (0;1); \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3.107. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{1}{4}(x+1)^2, & x \in (-1;1); \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3.108. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{1}{2} \\ 2x - 6, & x \in \left(\frac{1}{2};1\right); \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3.109. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 4, & x \in (2;3); \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$3.110. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 2(x-1), & x \in (1;2); \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$3.111. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{1}{2} \\ (2x-1)^2, & x \in \left(\frac{1}{2};1\right); \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3.112. f(x) = \begin{cases} -2, & x \leq \frac{1}{2} \\ 4x - 4, & x \in \left(\frac{1}{2};1\right); \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3.113. y = x + \frac{1}{x-1}, \text{ при } x \in [0;2];$$

$$3.114. y = \frac{3x^2 - x}{x}, \text{ при } x \in \mathbb{R};$$

$$3.115. y = \frac{1}{1-x^2}, \text{ при } x \in [-2;2];$$

$$3.116. y = x - \frac{1}{x+1}, \text{ при } x \in [-2;2];$$

$$3.117. y = x^2 - \frac{1}{x-1}, \text{ при } x \in \mathbb{R};$$

$$3.118. y = x + \frac{1}{x+2}, \text{ при } x \in \mathbb{R};$$

$$3.119. y = x + \frac{1}{x+4}, \text{ при } x \in [-8;6];$$

$$3.120. y = \frac{1}{9-x^2}, \text{ при } x \in [0;10];$$

$$3.121. y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}, \text{ при } x \in [-1; 3];$$

$$3.122. y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}, \text{ при } x \in R;$$

$$3.123. y = \frac{1}{x^3 + 3x^2 - 4x}, \text{ при } x \in R;$$

$$3.124. y = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x - 1}, \text{ при } x \in R.$$

Індивідуальне завдання

Обчислити наступні границі:

$$a) f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ n \cdot (x+1)^2, & x \in (-1; 0); \\ n, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$б) y = \frac{1}{nx - x^2}, \text{ при } x \in R.$$

де n – остання цифра номера студента за списком.

Теми рефератів

1. Властивості функцій, неперервних в точці.
2. Одностороння границя. Скачок функції.