

Варіант №5.

Завдання 1. Перевірити правильність формули скороченого множення

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \text{ для матриць } A = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}.$$

Завдання 2. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

а) за правилом Крамера; б) матричним методом:

$$\begin{cases} x + y + z = -2, \\ 2x + 3y - z = 1, \\ x - y + 2z = -7. \end{cases}$$

Завдання 3. Дано координати вершини трикутника $\Delta A_1A_2A_3$:

$A_1(9; 5); A_2(-3; 7); A_3(-2; 5)$ і точка $A_4(6; 9)$.

Знайти: а) рівняння прямої A_1A_2 ;

б) рівняння висоти та медіани $\Delta A_1A_2A_3$, опущених з вершини A_2 ;

в) тангенс кута A_2 ;

г) площу трикутника $\Delta A_1A_2A_3$;

д) відстань від точки A_4 до прямої A_1A_2 .

е) побудувати рисунок в системі координат.

Завдання 4. Знайти границі, не користуючись правилом Лопіталя:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 7x^2 + 2}{4x - x^2}; & \text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{4+x}}{5x - x^2}; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (5x - \sqrt{4x^2 + x - 5}); & \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 4x}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x+5}. \end{array}$$

Завдання 5. Знайти похідні вказаних функцій:

$$\text{а) } y = 4x^6 - x^7 + 3x; \text{ б) } y = \sqrt[5]{x^6} + \frac{3}{x^5}; \text{ в) } y = x \cdot \log_2 x; \text{ г) } y = \frac{x}{\ln x}; \text{ д) } y = \sqrt{e^{3x}}.$$

Завдання 6: Дослідити функцію і побудувати її графік $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

Завдання 7: Знайти невизначені інтеграли:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int (3x^2 + 4x + \frac{5}{x}) dx; & \text{б) } \int (\sqrt[2]{x} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^8}}) dx; & \text{в) } \int \frac{dx}{\sin(3-4x)}; \\ \text{г) } \int \frac{e^x}{e^x + 1} dx; & & \text{д) } \int x^2 \sin x dx. \end{array}$$

Завдання 8: За допомогою визначеного інтеграла знайти площу фігури обмежену лініями: $y = x^2$, $y = x$. Зобразити фігуру в системі координат.