

Варіант №4.

Завдання 1. Перевірити правильність формули скороченого множення

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2 \text{ для матриць } A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}.$$

Завдання 2. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

а) за правилом Крамера; б) матричним методом:

$$\begin{cases} 4x - 2y + 3z = -9, \\ 3x + 5y - 4z = 25, \\ 7x + 2y + 3z = 2. \end{cases}$$

Завдання 3. Дано координати вершини трикутника $\Delta A_1A_2A_3$:

$A_1(2; 4); A_2(7; 6); A_3(4; -3)$ і точка $A_4(3; 6)$.

Знайти: а) рівняння прямої A_1A_2 ;

б) рівняння висоти та медіани $\Delta A_1A_2A_3$, опущених з вершини A_2 ;

в) тангенс кута A_2 ;

г) площу трикутника $\Delta A_1A_2A_3$;

д) відстань від точки A_4 до прямої A_1A_2 .

е) побудувати рисунок в системі координат.

Завдання 4. Знайти границі, не користуючись правилом Лопіталя:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x^2 + 5}{x - 5x^4}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{5x + 1} - 4}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - 2x)$;

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\operatorname{tg} 8x}$;

е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{8}{5x + 3}\right)^{2x + 5}$.

Завдання 5. Знайти похідні вказаних функцій:

а) $y = 4x^3 - x^2 + x$; б) $y = \sqrt[6]{x^5} + \frac{3}{x^6}$; в) $y = \cos x \cdot \log_2 x$; г) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x}}$; д) $y = \sqrt{\sin x}$.

Завдання 6: Дослідити функцію і побудувати її графік $y = \frac{x^2}{x + 5}$.

Завдання 7: Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int (10x^5 - x + \frac{3}{x}) dx$;

б) $\int (\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}) dx$;

в) $\int 4^{\frac{x+1}{4}} dx$;

г) $\int \frac{1}{x \ln x} dx$;

д) $\int x \sin x dx$.

Завдання 8: За допомогою визначеного інтеграла знайти площу фігури обмежену лініями: $y = x^4$, $y = x$. Зобразити фігуру в системі координат.